



UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI
Facultatea de Fizică
Școala Doctorală de Fizică



Alexandru CRĂCIUN

*METODE PENTRU MODELAREA PROPAGĂRII
FASCIOLELOR OPTICE ȘI APLICȚII*

Conducător Științific
Prof. dr. Traian DASCĂLU

București, 2024

Cuprins

1	Introducere.	3
2	Fundamente teoretice.	7
2.1	Modelarea propagării undelor în medii omogene	8
2.1.1	Unde monocromatice.	8
2.1.2	Descompunerea în baza undelor plane.	10
2.1.3	Integrala de difracție Rayleigh-Sommerfeld.	15
2.1.4	Modelarea propagării undelor folosind optica geometrică.	16
3	Despre implementarea numerică a metodelor de modelare a propagării undelor	35
4	Lumina structurată: Aplicații	57
4.1	Fascicule vortex - elemente difractive pentru generarea fasciculelor vortex	57
4.2	Conversia polarizării în cristale uniaxiale	69
4.3	Sistem optic pentru generarea fasciculelor vectoriale	84
5	Anexă	99
6	Concluzii generale și contribuții originale	107
7	Bibliografie	109
8	Contribuții proprii	115

1. Introducere

Optica este domeniul științific care studiază lumina, proprietățile și comportamentul acesteia, inclusiv modul în care interacționează cu materia, precum și proiectarea surselor de lumină și a instrumentelor care detectează și utilizează lumina pentru aplicații. Lumina este un tip de radiație electromagnetică cu frecvențe cuprinse între 10^{11} și 10^{19} Hz. Modelarea computațională a radiației electromagnetice [1] este în prezent o parte fundamentală a domeniului, necesară atât pentru aplicațiile curente, cât și pentru progresul tehnologic și științific. Pentru majoritatea fenomenelor care apar la nivel macroscopic, eșantionarea spațială a câmpului electromagnetic în domeniul optic de frecvențe este o sarcină anevoioasă, în timp ce modelarea corespunzătoare în domeniul timp necesită o eșantionare foarte densă. Prin urmare, această abordare directă este fezabilă doar pentru sisteme mici (de obicei în domeniul milimetric) și pentru intervale de timp foarte scurte (nanosecunde). Pentru a extinde domeniul spațial care poate fi modelat eficient pentru a include multiple componente optice cu dimensiuni mult mai mari decât lungimea de undă a luminii utilizate, trebuie folosite aproximații. Modelarea computațională a propagării luminii și ca aplicație, generarea fasciculelor optice, reprezintă principalul subiect al acestei lucrări de doctorat; cititorul se poate aștepta să fie informat despre o gamă largă de tehnici pentru modelarea radiației electromagnetice prezentate într-o manieră riguroasă.

Această lucrare prezintă rezultatele muncii autorului în laboratorul de Electronică Cuantică a solidului (ECS) din Institutul Național de Cercetare-Dezvoltare pentru Fizica Laserilor, Plasmei și Radiației (INFLPR) din Măgurele, România. La momentul în care m-am alăturat grupului de cercetare din care fac parte, subiectele principale includeau generarea radiației THz [2] și amplificarea fasciculelor pulsate cu durată de femtosecunde [3], transportul și focalizarea acestora. Ulterior, am început să lucrăm și în domeniul luminii structurate [4], în special generarea și aplicațiile fasciculelor vortex [5] și vectoriale [6].

În perioada în care am lucrat în laboratorul ECS, începând din 2016, majoritatea sarcinilor primite au fost legate de simularea și analiza experimentelor efectuate în grupul din care fac parte. Inițial am folosit software-ul Mathematica [7] 9 pentru analiza datelor și Optica [8] 3 pentru investigarea sistemelor optice. Optica 3 este o colecție de funcții care pot fi apelate în Mathematica pentru a efectua trasarea razelor și a analiza un sistem pe baza informațiilor furnizate de raze. Deși pachetul nu include funcții pentru optica fizică, poate realiza propagarea fasciculelor Gaussiene trasate de-a lungul razelor, ceea ce poate fi utilizat pentru anumite probleme de optică fizică. Mai târziu, am scris câteva coduri în Mathematica pentru rezolvarea unui număr de

probleme specifice de difracție. O problemă notabilă a implicat focalizarea fasciculelor cu anumite aberații, pe care am rezolvat-o folosind o implementare cu transformate Fourier rapide (FFT) a integralei de difracție Fresnel [9]. O a doua problemă pe care am întâmpinat-o a fost propagarea printr-un sistem optic constând într-un axicon urmat de una sau mai multe lentile. Am rezolvat această problemă considerând lentile ideale, prin scrierea unei integrale de difracție peste întregul sistem optic [10], pe care am rezolvat-o folosind aproximația fazelor staționare [11]. În acest punct, am realizat că ecuația pentru punctele staționare este echivalentă cu ecuația unei raze pornind de la punctul de fază staționară spre punctul în care câmpul electric este evaluat (vedeți secțiunea 2.1.4 a tezei). Am continuat să explorez acest subiect în cercetările ulterioare. FFT-urile și aproximația fazelor staționare s-au dovedit a fi instrumente valoroase pentru evaluarea rezultatului integralelor de difracție și vor constitui punctul de plecare pentru crearea propriilor instrumente necesare pentru a rezolva problemele de propagare a undelor. A devenit evident că aproximația fazelor staționare dezvăluie o conexiune interesantă între optica fizică și optica geometrică. Mai târziu, am intrat în contact cu software-ul VirtualLab Fusion [12], care a demonstrat capacitatea de a realiza simulări optice fizice rapide și precise. A ieșit în evidență față de alte software-uri prin inovația activă în domeniul modelării optice fizice, mai degrabă decât prin dependența exclusivă de creșterea puterii de calcul din ultimii ani. Am început să lucrez la propriul program de simulare folosind Mathematica. Acest efort s-a dovedit valoros, deoarece am întâmpinat situații de nișă pentru care software-urile existente nu dispuneau de algoritmi specializați.

Sistemele optice necesită o varietate de elemente pentru a își îndeplini funcțiile, lentile, elemente optice difractive oglinzi, filtre și elemente de polarizare. Lentilele sunt componente optice utilizate pentru focalizare și formarea imaginilor. Elementele difractive pe de altă parte, sunt componente optice care pot fi utilizate ca formatoare de fascicol, pentru controlul fazei și amplitudinii luminii. Ele pot produce imagini de difracție complexe, cum ar fi fasciculele vortex, necesare pentru aplicații. Oglinzile sunt utilizate pentru a reflecta lumina, în timp ce filtrele și elementele de polarizare sunt utilizate pentru a modifica conținutul spectral sau starea de polarizare a luminii. Pentru a prezice modul în care se comportă lumina pe măsură ce traversează diverse medii și interacționează cu o multitudine dintre componente și pentru a proiecta un sistem optic pentru îndeplinirea unei anumite funcții, avem nevoie de instrumente pentru a rezolva ecuația undelor pentru un fascicol ce se propagă prin acest sistem, cel puțin cu un anumit grad de aproximare.

Întrebări de Cercetare și Obiective

Această teză se concentrează pe problema modelării propagării luminii, în special în contextul generării fasciculelor optice structurate. Întrebările principale de cercetare care ghidează această investigație sunt:

- **Cum se formează și se generează fasciculele vortex și vectoriale și cum se propagă acestea prin sistemele optice?**
- **Cum putem dezvolta instrumente computaționale eficiente pentru a modela cu precizie aceste fenomene?**

Pentru a răspunde la aceste întrebări, au fost urmărite următoarele obiective:

1. **Crearea unui Cod de Simulare:** Un aspect esențial a fost dezvoltarea unui cod de simulare. Acest cod funcționează ca un instrument versatil pentru modelarea diferitelor fenomene optice, nu doar pentru fasciculele vortex și vectoriale.
2. **Studiul Fenomenelor Optice:** Analizarea comportamentului fasciculelor vectoriale și vortex atât teoretic, cât și experimental, pentru a înțelege proprietățile lor și a identifica posibile aplicații, în același timp testând acuratețea metodelor de simulare prin comparație cu rezultatele experimentale.

Prezentarea generală a tezei

Această teză este structurată în patru capitole:

- **Capitolul 1:** Oferă o scurtă introducere despre importanța modelării computaționale și despre începuturile cercetării mele în acest domeniu.
- **Capitolul 2:** Abordează cadrul teoretic al propagării fasciculelor, cu o prezentare detaliată a matematicii care stă la baza propagării câmpului electromagnetic, atât în medii omogene, cât și în medii neomogene.
- **Capitolul 3:** Prezintă implementările numerice și dezvoltarea programului de modelare a propagării undelor.
- **Capitolul 4:** Se concentrează pe aplicații, cum ar fi generarea și analiza fasciculelor vortex și vectoriale, proprietățile acestora și validările experimentale. Acest capitol este împărțit în trei subcapitole, fiecare fiind dedicat unei lucrări științifice publicate de autor.

2. Fundamente teoretice

Ecuațiile Maxwell sunt un set de patru ecuații diferențiale care descriu teoria clasică a electromagnetismului [13]. Acestea sunt: legea lui Gauss pentru electricitate - fluxul câmpului electric printr-o suprafață închisă este proporțional cu sarcina totală din interiorul suprafeței; legea lui Gauss pentru magnetism - fluxul magnetic net printr-o suprafață închisă este zero; legea lui Faraday - variația fluxului câmpului magnetic în timp induce o forță electromotoare într-o buclă închisă; Ampère-Maxwell - circulația câmpului magnetic de-a lungul unei bucle închise este proporțională cu curentul electric care trece printr-o suprafață delimitată de buclă și cu variația în timp a fluxului câmpului electric prin aceeași suprafață.

Integrarea numerică ecuațiilor Maxwell este dificilă, deoarece câmpul electric în domeniul infraroșu - ultraviolet are o frecvență foarte ridicată (lungime de undă mult mai mică decât dimensiunile tipice ale unui sistem optic), ceea ce conduce la necesitatea unei eșantionări foarte dense. Cu toate acestea, un fascicul laser se propagă pe o linie dreaptă și nu se împrăștie pe distanțe mari. Chiar și lumina naturală prezintă acest comportament într-o anumită măsură, ceea ce sugerează că lumina se propagă în linii drepte într-un mediu omogen. Acest fenomen este un exemplu de comportament emergent, unde proprietățile colective ale undelor luminoase (cum ar fi undele plane sau sferice) se manifestă într-un mod care poate fi modelat mai ușor prin raze decât prin unde. Acest tip de comportament a dus la formularea opticii geometrice în secolele XVI și XVII, care explică propagarea luminii într-un mod simplu. Optica geometrică este ușor de aplicat în multe situații uzuale. Această propagare aparent în linie dreaptă rezultă din însumarea contribuțiilor mai multor surse punctuale de radiație electromagnetică de înaltă frecvență. De aceea ne putem aștepta ca ecuațiile electromagnetismului să poată fi approximate astfel încât să ofere rezultate suficient de precise, reducând în același timp efortul computațional. Progrese recente în această direcție au fost realizate de un grup din Germania [14], condus de Frank Wyrowski. În anumite situații, folosirea informațiilor furnizate de raze (optică geometrică) oferă rezultate foarte bune, permițând descrierea cu precizie a fenomenelor de optică a undelor, cum ar fi modelarea fenomenului de interferență prin însumarea coerentă a surselor punctiforme de pe apertură trasate de-a lungul razelor.

În acest capitol voi prezenta metodele folosite pentru a determina caracteristicile unui fascicul laser care se propagă în spațiul liber sau după trecerea prin elemente optice refractive. Primul subcapitol (2.1) tratează propagarea undelor într-un mediu omogen, iar al doilea subcapitol (2.2) discută pe scurt propagarea în medii neomogene. În prima secțiune (2.1.1) a primului subcapitol,

introducem ecuațiile lui Maxwell. Voi prezenta ecuația undelor și de continuitate în domeniile direct și Fourier reciproc și vom explica legătura dintre reprezentarea complexă a câmpurilor pentru undele monocromatice și câmpurile reale. În secțiunea (2.1.2), vom deduce formula pentru dezvoltarea în baza undelor plane [15] într-un mediu izotrop, folosind funcția Green. În secțiunea (2.1.3), vom deduce integrala de difracție Rayleigh-Sommerfeld (R-S) [16]. Următoarea secțiune (2.1.4) prezintă o formulă pentru propagarea în spațiu liber, bazată pe principiile opticii geometrice, pornind de la integrala R-S. Formula Generalizată Debye [17] este discutată în teză în secțiunea (2.1.5). Al doilea subcapitol al tezei este împărțit în două secțiuni: în prima secțiune (2.2.1) vom încheia discuția despre optica geometrică, demonstrând ecuațiile opticii geometrice pornind de la ecuația undelor și forma vectorială a legii lui Snell, iar în secțiunea (2.2.2) a tezei vom discuta pe scurt propagarea în fibre optice și ghiduri de undă.

2.1 *Modelarea propagării undelor în medii omogene*

2.1.1 Unde monocromatice

Ecuațiile Maxwell Eq. (2.1), formulate de James Clerk Maxwell între 1861 și 1864, sunt un set de patru ecuații diferențiale cuplate, sintetizate matematic din legile experimentale determinate în anii anteriori. Împreună cu ecuația forței Lorentz (2.2) aceste ecuații constituie fundația electromagnetismului clasic.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})\tag{2.2}$$

Cantitățile care apar în Eq. (2.1) și (2.2) sunt următoarele, $\mathbf{D}$ inducția electrică, $\mathbf{E}$ câmpul electric, $\mathbf{B}$ câmpul de inducție magnetică, $\mathbf{H}$ câmpul magnetic, ρ densitatea de sarcină electrică, $\mathbf{J}$ densitatea de curent electric, $\mathbf{v}$ viteza de mișcare a unei particule, q sarcina electrică a aceleiași particule. Legea Lorenz conectează intensitatea câmpurilor cu forța exercitată de acestea asupra unei particule încărcate în mișcare. Sistemul este completat de relațiile $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ și $\mathbf{D} = \epsilon * \mathbf{E}$, unde $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_{\text{rel}}$ este permitivitatea materialului, ϵ_0 este permitivitatea absolută a vidului, ϵ_{rel} este permitivitatea relativă a materialului, μ_0 permeabilitatea magnetică a vidului. Eq. (2.1) se referă la un material, potențial anizotrop sau neomogen, unde sunt prezente și sarcini electrice și curenți. * denotă operația de convoluție, deoarece răspunsul materialului $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E}$ este

întârziat față de câmpul electric care îl produce, $\mathbf{P}$ reprezintă densitatea de polarizare. Eq. (2.2) poate fi ușor scrisă într-o formă în care singura variabilă este câmpul electric Eq. (2.3), în funcție de termenii sursă ρ și $\mathbf{J}$, care împreună cu ecuația de continuitate Eq. (2.4) formează o descriere echivalentă.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon * \mathbf{E}) = \mu_0 \mathbf{J} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.4)$$

Putem simplifica și mai mult Eq. (2.3) considerând un mediu omogen și izotrop în absența sarcinilor sau a curenților, aceasta fiind situația care ne interesează cel mai mult în acest capitol.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt$$

Eq. (2.5) este cunoscută ca ecuația undelor electromagnetice, unde cantitatea $\mu_0 \epsilon = n^2/c^2$, n reprezintă indicele de refracție al materialului. Prin transformarea Fourier suplimentară a ecuației putem obține ecuația Helmholtz (2.6). Câmpul electric este o mărime reală, aceasta implică faptul că pentru fiecare componentă de frecvență pozitivă $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ trebuie să existe o componentă de frecvență negativă corespunzătoare $\mathbf{E}(\mathbf{r}, -\omega)$ care să asigure că rezultatul rămâne real. În mod specific, această relație este exprimată sub forma:

$$\mathbf{E}^*(\mathbf{r}, -\omega) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \equiv \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

Transformata Fourier $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ trebuie să îndeplinească condiția conform căreia componenta negativă de frecvență ω este conjugatul complex al componentei pozitive de frecvență ω . Acest lucru garantează că transformarea inversă produce un câmp electric real.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \{\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \mathbf{E}(\mathbf{r}, -\omega) e^{i\omega t}\} dt$$

rezultând

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \{\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t}\} dt = 2 \operatorname{re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} dt \right\}$$

Vom comuta adesea între domeniile $(\mathbf{r}, t)$, $(\mathbf{r}, \omega)$ sau $(\mathbf{k}, \omega)$ în funcție de necesitate. Pentru undele monocromatice, indicele ω va fi omis. Câmpul electric este evaluat de preferință într-un plan aflat într-un mediu omogen și izotrop, chiar dacă fascicolul parcurge regiuni neomogene sau anizotrope. Acest lucru ne asigură că numai două componente ale câmpului electric sunt

independente, conform legii lui Gauss. În domeniul Fourier, câmpul electric este perpendicular pe direcția de propagare a undei, ceea ce conduce la $E_z = -(k_x E_x + k_y E_y)/k_z$. În optica geometrică, câmpul electric se menține perpendicular pe direcția razei, având componenta sa perpendiculară pe rază și gradientul indicelui de refracție neschimbate.

2.1.2 Descompunerea în baza undelor plane

Ecuția Helmholtz (2.6), unde $\omega^2/c^2 = k_0^2$, și folosind permitivitatea relativă a mediului ε în locul indicelui de refracție, are următoarea formă:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{p}, z) + \varepsilon k_0^2 \mathbf{E}(\mathbf{p}, z) = 0. \quad (2.8)$$

Tratăm separat vectorul de poziție în planul transversal $\mathbf{p}$ și proiecția de-a lungul axei optice z , astfel avem $\mathbf{r} = (\mathbf{p}, z)$. Același tip de notație este utilizat pentru proiecția vectorului de undă al undei plane pe planul transversal $\mathbf{k}$ pentru proiecția de-a lungul axei optice k_z , $\mathbf{k} = (\mathbf{k}, k_z)$. În absența termenului $\nabla(\nabla \cdot)$, Eq. (2.8) este în esență o ecuație independentă pentru fiecare componentă a câmpului electric, ceea ce arată că propagarea într-un mediu izotrop și omogen nu modifică starea de polarizare a luminii. Funcția lui Green, care reprezintă configurația câmpului electric generat de o sursă punctiformă în spațiul liber, este introdusă pentru a rezolva Eq. (2.8) și a determina distribuția câmpului electric.

$$\nabla^2 \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \delta(z - z_0) \mathbb{I} \quad (2.9)$$

În ecuația de mai sus, indicele 0 este utilizat pentru a indica coordonatele punctelor în care câmpul electric este cunoscut. Problema fiind următoarea: câmpul electric fiind cunoscut pe suprafața Σ , putem găsi câmpul electric radiat din acest volum către orice alt punct din spațiu? Eq. (2.9) ne permite să exprimăm câmpul electric precum Eq. (2.10).

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, z) = \iiint_V \{ \nabla^2 \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{p}_0, z_0) - \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) \cdot \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{p}_0, z_0) \} dV \quad (2.10)$$

Suprafața care delimitează volumul V , așa cum este definită în FIG. 1 este compusă din două suprafețe $\Sigma = \Sigma_{\text{screen}} + \Sigma'$. Prima suprafață Σ_{screen} este planară, se presupune că câmpul este cunoscut pe aceasta, iar normala sa este orientată paralel cu axa optică. A doua suprafață Σ' este o parte a unei sfere și se presupune că raza sferei tinde la infinit, astfel câmpul electric devine 0 pe această suprafață. Prin aplicarea celei de-a doua identități a lui Green se ajunge la Eq. (2.11).

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, z) = \int \left\{ \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) \cdot \left[\frac{\partial}{\partial z_0} \mathbf{E}(\mathbf{p}_0, z_0) \right] - \left[\frac{\partial}{\partial z_0} \mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{p}_0, z_0) \right] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{p}_0, z_0) \right\} d\mathbf{p}_0 \quad (2.11)$$

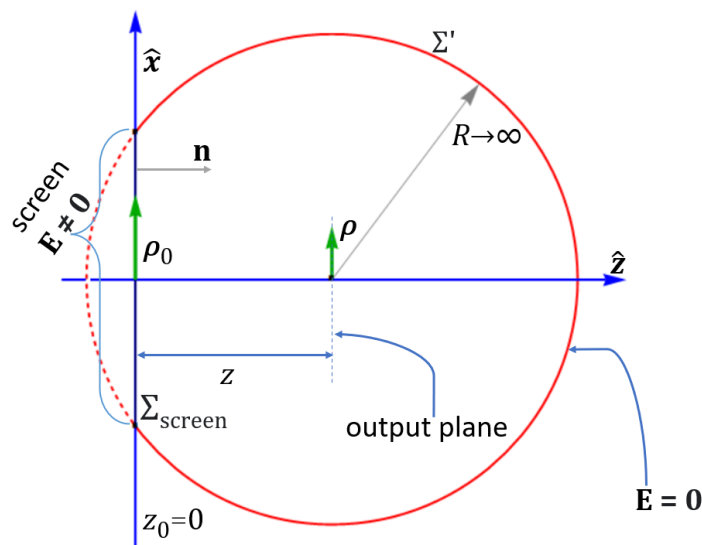


FIG. 1. Aranjamentul geometric considerat pentru demonstrarea formulelor de difracție.

Funcția Green poate fi ușor determinată din ecuația (2.9) prin aplicarea transformatei Fourier de la poziție la frecvența spațială. Această operație ne conduce la următoarea (2.12):

$$\mathbb{G}(\mathbf{p}, z; \mathbf{\kappa}, k_z) = -\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\exp(i\mathbf{\kappa}\mathbf{p} + i k_z z)}{k_\rho^2 \varepsilon - \kappa^2 - k_z^2} \quad (2.12)$$

Înlocuind această expresie în (2.11) și rezolvând integrala după variabila k_z se obține:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \frac{1}{2} \left(1 - \frac{i}{k_z} \frac{\partial}{\partial z_0} \right) \mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}_0, z_0) \exp[i\mathbf{k} \cdot (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0) + i k_z (z - z_0)] d\boldsymbol{\rho}_0 d\mathbf{k} \quad (2.13)$$

În Eq. (2.13) relația de dispersie $k_z(\mathbf{k}) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \mathbf{k}^2}$ rezultă din rezolvarea integralei folosind teorema reziduurilor, considerând că fasciculul este compus numai din unde care se propagă înainte, rezultă formula de propagare prin dezvoltarea în unde plane (SPW) (2.14).

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \mathbf{E}(\mathbf{p}_0, z_0) \exp[i\mathbf{\kappa}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) + i k_z(z - z_0)] d\mathbf{p}_0 d\mathbf{\kappa} \quad (2.14)$$

SPW este eficientă pentru distanțe scurte, factorul de fază $\exp i \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \kappa^2} z$ devine puternic oscilatoriu pentru distanțe de propagare mari. Implementarea numerică folosind transformate Fourier rapide (FFT) este următoarea:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \exp \left(i \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \kappa^2} z \right) \mathfrak{F} \{ \mathbf{E}_0(\boldsymbol{\rho}_0) \}(\boldsymbol{\kappa}) \right\}(\boldsymbol{\rho})$$

Dezvoltarea în baza undelor plane (2.14) reprezintă punctul de plecare pentru multe dintre formulele de propagare pe care le vom discuta pe parcursul acestei teze. Mai întâi, să o comparăm cu integrala de difracție Fresnel [21].

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{\exp(i k_0 z)}{i \lambda z} \int \mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}_0, z_0) \exp \left[i \frac{k_0}{2 z} (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2 \right] d\boldsymbol{\rho}_0 \quad (2.15)$$

Integrala de difracție Fresnel Ec. (2.15), rezultă prin aplicarea aproximației paraxiale a factorului pentru faza de propagare a undelor plane:

$$k_z(\boldsymbol{\kappa}) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \boldsymbol{\kappa}^2} \approx n k_0 - \frac{\boldsymbol{\kappa}^2}{2 n k_0}$$

Implementarea numerică folosind FFT este următoarea:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{\exp \left(i k_0 z + i k_0 \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{2 z} \right)}{i \lambda z} \mathfrak{F} \left\{ \mathbf{E}_0(\boldsymbol{\rho}_0) \exp \left(i k_0 \frac{\boldsymbol{\rho}_0^2}{2 z} \right) \right\} \left(k_0 \frac{\boldsymbol{\rho}}{z} \right)$$

Să observăm întâi că, în cazul SPW (2.14) trebuie transformat Fourier spectrul unghiular al câmpului în planul inițial $\mathbf{E}_0(\boldsymbol{\kappa})$ multiplicat cu un factor de fază, unde faza crește liniar cu distanța de propagare z . Prin urmare, factorul de fază va deveni puternic oscilatoriu pentru valori mai mari ale lui z . Un al doilea inconvenient potențial poate apărea atunci când încercăm să calculăm spectrul unghiular într-o situație în care câmpul electric inițial prezintă un puternic factor de fază pătratic/ sferic/ liniar. În ambele cazuri am avea nevoie de un număr mare de puncte pentru a evita sub-eșantionarea. Pe de altă parte, pentru a calcula integrala de difracție Fresnel (2.15), vom avea nevoie de suficiente puncte pentru a eșantiona factorul de fază pătratic dat de unda paraboloidală. Putem observa că acest factor de fază devine foarte oscilant pentru valori mai mici ale lui z . Prin urmare, spre deosebire de formula SPW care pare să fie eficientă din punct de vedere numeric pentru propagarea în câmp apropiat, integrala Fresnel devine mult mai eficientă în câmp îndepărtat. De asemenea, dacă fascicolul trece printr-o lentilă, factorul de fază indus de lentilă va anula parțial factorul de fază pentru propagarea către planul focal. Deși este extrem de avantajos ca SPW și integrala Fresnel să poată fi utilizate în situații complementare pentru modelarea unui sistem optic, există și cazul unui fascicul puternic convergent produs cu ajutorul unui obiectiv cu apertură numerică (NA) mare. În acest caz, nu este eficient din punct de vedere al efortului de calcul să se calculeze spectrul unghiular, pentru a utiliza formula SPW, din cauza factorului de fază puternic indus de obiectiv. În același timp, integrala Fresnel nu este precisă, deoarece aproximația paraxială nu este valabilă.

Transformata Fourier semi analitică (SA), introdusă de Zongzhao Wang et al. [18] și denumită mai departe SASPW deoarece se bazează pe metoda SPW, dar tratează analitic partea pătratică a fazei. Procesul implică inițial multiplicarea câmpului cu o fază reziduală - definită ca diferența dintre faza indusă de obiectiv și o fază pătratică cea obținută prin fitare. Faza reziduală este apoi scrisă cu ajutorul unei transformate Fourier. În cele din urmă, faza pătratică este reintrodusă

printr-o transformare similară integralei de difracție Fresnel. Această abordare în doi pași reduce efortul de calcul, expresia matematică este dată în Eq. (2.16).

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_0(\mathbf{\kappa}) &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{E}_0(\mathbf{\rho}_0) \exp \left[i \phi_{\text{res}}(\mathbf{\rho}_0) - i k_0 \frac{\rho_0^2}{2f} - i \mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{\rho}_0 \right] d\mathbf{\rho}_0 \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \mathbf{E}_{\text{res}}(\mathbf{\kappa}') \exp \left[-i k_0 \frac{\rho_0^2}{2f} + i (\mathbf{\kappa} - \mathbf{\kappa}') \cdot \mathbf{\rho}_0 \right] d\mathbf{\rho}_0 d\mathbf{\kappa}' \\
\mathbf{E}_0(\mathbf{\kappa}) &= -\frac{if\lambda}{(2\pi)^2} \int \mathbf{E}_{\text{res}}(\mathbf{\kappa}') \exp \left[i f \frac{(\mathbf{\kappa} - \mathbf{\kappa}')^2}{2k_0} \right] d\mathbf{\kappa}'
\end{aligned} \tag{2.16}$$

unde

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{res}}(\mathbf{\kappa}') &= \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{E}_0(\mathbf{\rho}_0) \exp[i \phi_{\text{res}}(\mathbf{\rho}_0) - i \mathbf{\kappa}' \cdot \mathbf{\rho}_0] d\mathbf{\rho}_0 \\
\phi_{\text{lens}}(\mathbf{\rho}_0) &= \phi_{\text{res}}(\mathbf{\rho}_0) - k_0 \rho_0^2 / (2f)
\end{aligned}$$

Implementarea numerică a acestei metode se face în felul următor, utilizând trei FFT-uri.

$$\mathbf{E}(\mathbf{\rho}, f) = -if\lambda \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \exp \left(i \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \kappa^2} f + i \frac{\kappa^2 f}{2k_0} \right) \times \right. \\
\left. \times \mathfrak{F} \left\{ \exp \left(i \frac{\kappa'^2 f}{2k_0} \right) \mathfrak{F} \{ \mathbf{E}_0(\mathbf{\rho}_0) \exp[i \phi_{\text{res}}(\mathbf{\rho}_0)] \} (\mathbf{\kappa}') \right\} \left(\frac{\mathbf{\kappa} f}{k_0} \right) \right\} (\mathbf{\rho})$$

O abordare similară se aplică pentru propagarea eficientă în câmp îndepărtat a unui fascicul inițial colimat. Integrala după $\mathbf{\rho}_0$ este rezolvată numeric pentru a obține spectrul de unde plane. Pentru a calcula transformata Fourier inversă, partea pătratică oscilatorie a factorului de fază a undei plane este eliminată și tratată analitic, după cum se arată mai jos. Această metodă, denumită Far-Field SASPW, este mult mai eficientă din punct de vedere al calculului pentru situațiile de propagare în câmp îndepărtat.

$$\mathbf{E}(\mathbf{\rho}, z) = \frac{\exp \left(i k_0 \frac{\rho^2}{2z} \right)}{iz\lambda} \mathfrak{F} \left\{ \exp \left(i k_0 \frac{\rho'^2}{2z} \right) \times \right. \\
\left. \times \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \exp \left(i \sqrt{k_0^2 \varepsilon - \kappa^2} z + i \frac{\kappa^2 z}{2k_0} \right) \mathfrak{F} \{ \mathbf{E}_0(\mathbf{\rho}_0) \} (\mathbf{\kappa}) \right\} (\mathbf{\rho}') \right\} \left(k_0 \frac{\mathbf{\rho}}{z} \right)$$

În această secțiune, am demonstrat expresia câmpului electric folosind funcția lui Green și a doua identitate, ceea ce a condus la dezvoltarea în baza undelor plane (SPW) (2.14), esențială pentru propagarea fasciculelor optice neparaxiale. Am comparat SPW cu integrala de difracție Fresnel Eq. (2.15), evidențiind utilitatea lor complementară pentru propagarea în câmp îndepărtat/ în câmp apropiat. Pentru a răspunde provocărilor de calcul în gestionarea factorilor de fază pătratici puternici, am prezentat metoda SPW semi-analitică (SASPW), aceasta gestionează analitic faza pătratică introdusă de elementele de focalizare, îmbunătățind eficiența și precizia simulărilor. Aceste patru metode pot fi aplicate interschimbabil în funcție de scenariu pentru modelarea eficientă și precisă a sistemelor optice și a propagării fasciculelor prin acestea.

2.1.3 Integrala de difracție Rayleigh-Sommerfeld

În această secțiune, demonstrăm integrala Rayleigh-Sommerfeld (R-S) pornind de la formula SPW. Integrala R-S oferă o soluție pentru rezolvarea ecuației undelor, câmpul electric fiind evaluat ca o sumă a tuturor contribuțiilor undelor sferice provenite din planul inițial considerând că fiecare undă sferică are o amplitudine proporțională cu amplitudinea câmpului în punctul de origine. R-S este utilă pentru a stabili o legătură între SPW și alte metode de modelare.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} z + i\kappa \rho)}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} d\kappa &= -i \frac{\exp(i k_0 \sqrt{z^2 + \rho^2})}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i k_0 \sqrt{z^2 + \rho^2} - i\kappa \rho)}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} d\rho &= i \frac{\exp(i\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} z)}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Putem verifica faptul că derivata factorului de fază în formula SPW este identică cu termenul din dreapta al ecuației (2.17), astfel încât putem utiliza regula de integrare a lui Leibniz pentru a rezolva integrala după variabila κ după cum urmează:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\rho, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d}{dz} \iint \mathbf{E}(\rho_0, 0) \frac{\exp[i\kappa(\rho - \rho_0) + i\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} z]}{i\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} d\rho_0 d\kappa \\ \mathbf{E}(\rho, z) &= \frac{z}{i\lambda} \int \mathbf{E}(\rho_0, 0) \frac{\exp[i k_0 \sqrt{z^2 + (\rho - \rho_0)^2}]}{z^2 + (\rho - \rho_0)^2} \left(1 + \frac{i}{k_0 \sqrt{z^2 + (\rho - \rho_0)^2}}\right) d\rho_0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Expresia (2.18) este cunoscută sub numele de integrala de difracție Rayleigh-Sommerfeld, care, spre deosebire de formula SPW, nu poate fi organizată ca transformată Fourier, deci nu este o metodă eficientă numeric, fiind folosită mai ales ca referință pentru metodele mai rapide, în special pentru cazurile în care soluția analitică este cunoscută. Al doilea termen este neglijabil pentru distanțe de propagare mult mai mari decât lungimea de undă. Unda sferică poate fi în continuare aproximată printr-o undă paraboloidală $[z^2 + (\rho - \rho_0)^2]^{1/2} \approx z + (\rho - \rho_0)^2/(2z)$ în exponențială $z^2 + (\rho - \rho_0)^2 \approx z$ la numitor, rezultând cunoscuta integrală de difracție Fresnel.

2.1.4 Modelarea propagării undelor folosind optica geometrică

În această secțiune, vom aplica aproximația fazelor staționare (SPA) [19] pentru evaluarea asimptotică a integralelor de difracție. O aproximație pentru expresia (2.18) poate fi obținută în conformitate cu principiile opticii geometrice. Reamintim expresia aproximației fazelor staționare menționată în ecuația 11 din referința de mai sus:

$$\int f(\mathbf{x}) e^{i k q(\mathbf{x})} d\mathbf{x} = \frac{2\pi}{k} \sum_{\mathbf{x}_s \in S} \frac{f(\mathbf{x}_s) e^{i k q(\mathbf{x}_s)}}{\sqrt{\det \mathbb{H}_q(\mathbf{x}_s)}} + O\left(\frac{1}{k^2}\right) \quad (2.19)$$

Unde $f(\mathbf{x})$ este o funcție anvelopă ar exponențială $\exp[i k q(\mathbf{x})]$ este puternic oscilatorie, $\mathbf{x}_s$ reprezintă un punct în care faza exponențialei este staționară, adică un punct în care prima derivată a fazei devine zero $\nabla q(\mathbf{x}_s) = \mathbf{0}$, $\mathbb{H}_q$ este matricea Hessiană a funcției $q(\mathbf{x})$, n este numărul de dimensiuni ale sistemului. Aproximația fazei staționare este valabilă atunci când integrandul oscilează puternic, acest lucru fiind valabil în special la frecvențe înalte (lungimi de undă scurte), dar nu în apropierea regiunilor focale și caustice. De asemenea, aproximația fazelor staționare nu este valabilă dacă funcția anvelopă $f(\mathbf{x})$ variază rapid, de exemplu după trecerea printr-o apertură de dimensiune mică, caz în care efectele de difracție sunt relevante. Folosim SPA (2.19) pentru evaluarea integralei R-S. Pentru început se neglijează al doilea termen din (2.18), care este mult mai mic decât 1 pentru $z \gg \lambda$ și facem următoarele notații:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}_0, 0) = \mathbf{E}'(\boldsymbol{\rho}_0, 0) \exp[i k_0 \varphi(\boldsymbol{\rho}_0)],$$

unde $\varphi(\mathbf{r}_0)$ este faza câmpului, iar $\mathbf{E}'$ este anvelopa slab variabilă. Rescriem (2.18) astfel:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{z}{i\lambda} \int \mathbf{E}'(\boldsymbol{\rho}_0, 0) \frac{\exp[i k_0 \varphi(\boldsymbol{\rho}_0) + i k_0 \sqrt{z^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}]}{z^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2} d\boldsymbol{\rho}_0 \quad (2.20)$$

Condiția de staționaritate a fazei în integrala de mai sus (2.20) ne conduce la ecuația

$$\nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_0) - \frac{\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0}{\sqrt{z^2 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}} = \mathbf{0},$$

Aceasta având următoarea soluție:

$$\boldsymbol{\rho}_s = \boldsymbol{\rho} - z \frac{\nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s)}{\sqrt{1 - \nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s)^2}}. \quad (2.21)$$

Eq. (2.21) este ecuația unei raze care pleacă din punctul de coordonate $(\boldsymbol{\rho}_s, 0)$ către punctul de coordonate $(\boldsymbol{\rho}, z)$, direcția razei fiind dată de

$$\mathbf{t} = (\nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s), \sqrt{1 - \nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s)^2}),$$

unde $\boldsymbol{\tau} = \nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s)$ este proiecția vectorului de direcție al razei în planul transversal iar $t_z = \sqrt{1 - \nabla \varphi(\boldsymbol{\rho}_s)^2}$ este proiecția pe axa optică. Dată fiind legătura dintre vectorul de direcție al razei $\mathbf{t}$ și faza câmpului, știm că aceste raze sunt perpendiculare pe frontul de undă. După cum putem vedea, prin rezolvarea ecuației pentru punctele staționare, obținem ecuația razei între punctul de origine al unei unde sferice și punctul din planul final în care contribuția sa este cea mai relevantă, punctul de fază staționară $\boldsymbol{\rho}_s$. Acest principiu ne va permite în continuare să evaluăm unele mărimi implicate în integralele de difracție folosind razele trasate prin sistemul optic. $\mathbb{H}_\varphi$ reprezintă hessiană a funcției de fază φ . Exponentul care apare în partea de undă sferică a integralei R-S poate fi, de asemenea, dezvoltat în serie Taylor. $\mathbb{H}_w(\boldsymbol{\rho}_s)$ reprezintă matricea Hessian pentru faza unei unde sferice. După evaluarea analitică a (2.20), obținem expresia:

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = t_z^2 \frac{\mathbf{E}'\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}, 0\right) \exp\left[i k_0 \varphi\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right) + i k_0 \frac{z}{t_z}\right]}{\sqrt{\det\left[z \mathbb{H}_q\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right) + \mathbb{H}_w\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right)\right]}} \quad (2.22)$$

Pentru a aplica formula (2.22) trebuie să calculăm matricea $\mathbb{H}_\varphi$, care conține derivatele parțiale de ordinul al doilea ale fazei. Am arătat în teză că determinantul din expresia de mai sus este dat de raportul dintre aria elementului infinitesimal de suprafață centrat pe o rază în planul inițial $z = 0$ și aria elementului de suprafață centrat în jurul aceleiași rază în planul de ieșire situat la coordonata z . În acest fel putem evita evaluarea numerică a derivatelor funcției de fază φ .

$$\frac{\mathcal{A}_z(\boldsymbol{\rho})}{\mathcal{A}_0\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right)} = \frac{\det\left[z \mathbb{H}_\varphi\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right) + \mathbb{H}_w\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right)\right]}{t_z^4} \quad (2.23)$$

Eq. (2.23) permite scrierea unei formule pentru propagarea în spațiul liber care utilizează informațiile dobândite prin trasarea razelor. Formula (2.24) poate fi utilă pentru propagarea în câmp apropiat a fasciculelor optice care au o extensie transversală mare. Deoarece conectează un punct din planul inițial cu un punct din planul final (corespondență bijectivă), efortul numeric crește liniar cu numărul de puncte. Eq. (2.24) este o formulă bazată pe optica geometrică.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, z) = \mathbf{E}\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}, 0\right) \exp\left(i k_0 \frac{z}{t_z}\right) \sqrt{\frac{A_0\left(\boldsymbol{\rho} - z \frac{\boldsymbol{\tau}}{t_z}\right)}{A_z(\boldsymbol{\rho})}} \quad (2.24)$$

3. Despre implementarea numerică a metodelor de modelare a propagării undelor

În cursul cercetărilor mele în optică și fizica laserilor, am dezvoltat un cod de modelare a propagării undelor în Wolfram Mathematica. Codul este organizat în cinci pachete principale:

- **Funcții de transmisie/interfață, griduri de raze și funcții de optimizare**

Acest pachet include funcții pentru definirea elementelor unui sistem optic, cum ar fi griduri de raze, suprafețe optice și funcții de transmisie. Sunt incluse și funcții de optimizare pentru a determina amplasarea și configurația optimă a elementelor optice.

- **Funcții pentru trasarea razelor prin sistem**

Include funcțiile pentru determinarea intersecțiilor dintre raze și suprafețele optice, direcțiile razelor după reflexie sau refracție și lungimile drumurilor optice ale razelor.

- **Operatori de propagare pe baza opticii geometrice**

Conține metodele de simulare bazate pe principiile opticii geometrice. Acești operatori sunt utilizați în special pentru propagarea prin componente optice.

- **Operatori standard de propagare pe baza opticii fizice**

Include metodele de simulare pentru propagarea undelor pe baza opticii fizice, potrivite pentru scenarii în care efectele de difracție și interferență sunt semnificative.

- **Operatori avansați de propagare pe baza opticii fizice**

Conține metode avansate pentru simulări de optică fizică, acestea folosesc în mod direct informațiile obținute din trasarea de raze pentru rezolvarea integralelor de difracție.

Funcții de transmisie/interfață, grile de raze și funcții de optimizare

Acest pachet include funcții esențiale pentru construirea sistemelor optice de bază. Oferă instrumente pentru definirea gridurilor de raze, care determină pozițiile și direcțiile razelor în planul de intrare. Pot fi utilizate diferite tipuri de griduri, cum ar fi liniare, carteziane, hexapolare. De exemplu, o sursă colimată este reprezentată de un mănunchi paralel de raze, în timp ce un fascicul cu front de undă sferic folosește un set de raze care provin dintr-un singur punct, intersectând planul inițial pe un grid regulat dintre cele menționate mai sus. În **FIG. 2** prezentăm patru tipuri de griduri de raze.

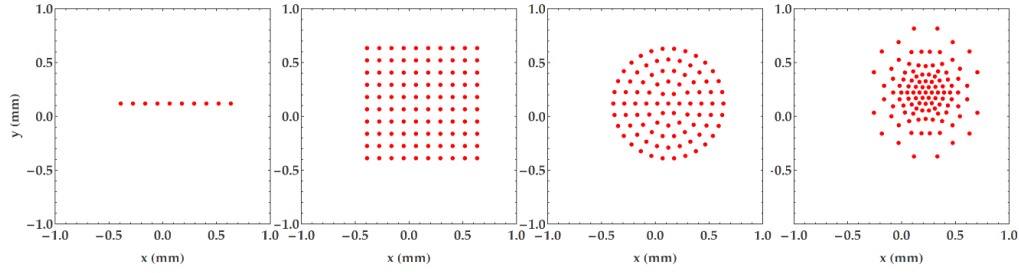


FIG. 2. Tipuri de griduri de raze, linie (a), cartezian (b), hexapolar (c), custom (d).

Pachetul include, de asemenea, funcții pentru definirea suprafețelor optice comune, cum ar fi standard sferice, asferice, axicon și oglinzi parabolice off-axis.

- Suprafața standard

$$S_z(r; R, \kappa) = \frac{r^2}{R \left(1 + \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2} (1 + \kappa)} \right)} \quad (3.1)$$

r este distanța radială față de axa de simetrie, R este raza de curbură și este κ constanta conică.

- Suprafața asferică

$$A_z(r; R, \kappa, \alpha) = S_z(r; R, \kappa) + \sum_n \alpha_n r^n \quad (3.2)$$

α este un vector cu coeficienții asferici (de obicei doar cei pari sunt nenuli).

- Suprafața axicon

$$C_z(r; R, \theta) = R + S_z \left(r; \frac{R}{\tan^2 \theta}, -1 - \frac{1}{\tan^2 \theta} \right) \quad (3.3)$$

Aici R reprezintă raza de curbură a vârfului, θ este unghiul fizic al axiconului.

- Suprafața oglindă parabolică off-axis

$$P_z(x, y; f_s, \theta) = -\frac{x^2 + y^2}{2 f_s (1 + \cos \theta)} - \frac{x \sin \theta}{1 + \cos \theta} \quad (3.4)$$

f_s reprezintă distanța focală efectivă a OAP și θ este unghiul off-axis.

Pentru optimizarea distanțelor și orientărilor suprafețelor optice pentru realizarea funcției optice dorite, cum ar fi focalizarea într-un anumit plan, programul include o funcție pentru determinarea poziției unui plan focal, care este prezentată mai detaliat în *Anexa 3*.

Exemple simple de modelare optică - Propagarea printr-o lentilă

Ca exemplu, pentru a introduce unele dintre funcțiile programului, am analizat propagarea unui fascicul de tip top-hat ($\lambda = 800 \text{ }\mu\text{m}$, diametru 8 mm) printr-o lentilă sferică, urmată de o comparație a acesteia cu o lentilă asferică cu aceeași distanță focală. Fasciculul inițial (profilul de intensitate **FIG. 3a**, albastru) se propagă în spațiul liber pe distanța de 1 m, simulare realizată folosind metoda SPW (0.5 sec.), rezultând profilul prezentat în roșu. După trecerea printr-o lentilă sferică realizată din BK7 (rază de curbura 15.5 mm, grosime 2.4 mm), profilul de intensitate este calculat (**FIG. 3a**, portocaliu) utilizând optica geometrică (10.000 de raze, 3 sec). Fasciculul se propagă către planul focal al lentilei (28.38 mm de la suprafața din spate) folosind diverși algoritmi (**FIG. 3b**): integrala de difracție Fresnel cu FFT (256×256 puncte, completat cu zero-uri la 1024×1024, 7 sec) și SPW (2048×2048 puncte, 400 sec). Rezultatele prezintă diferențe: SPW este nepotrivită pentru această situație deoarece factorul de fază introdus de lentilă este puternic oscilatoriu, ceea ce nu permite eșantionarea adecvată; în cazul integralei Fresnel diferența de fază dintre o undă sferică și aproximația sa paraxială este semnificativă. În timp ce integrala Fresnel funcționează bine în cazuri cu adevărat paraxiale, metodele precum SASPW sau integrala generalizată Debye-Wolf sunt necesare pentru sistemele cu apertură numerică mare. Integrala GD-W, testată aici folosind 128×128 puncte de eșantionare (completat cu zero-uri la 256×256 , timp de calcul 3 sec.), a produs rezultate (**FIG. 3c**) care se potrivesc îndeaproape cu referința SASPW și s-au dovedit în general precise.

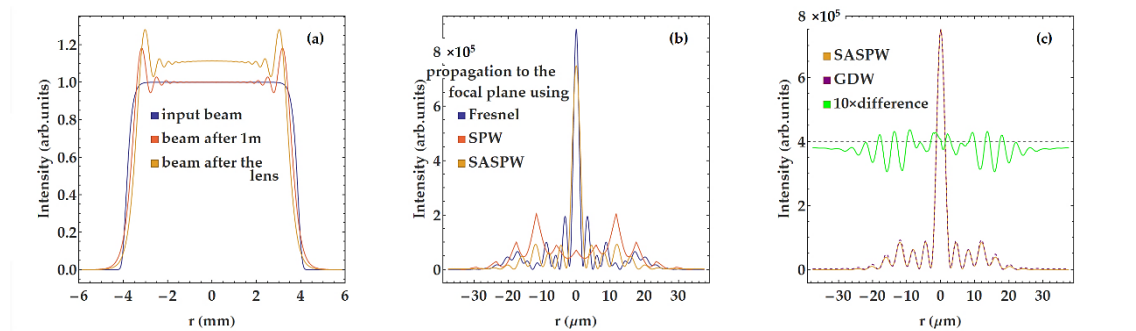


FIG. 3. Profilul de intensitate al fasciculului pentru fasciculul de intrare cu albastru, pentru fasciculul înaintea lentilei, la 1 m de planul de inițial cu roșu, după lentila cu portocaliu (a), profil de intensitate în planul focal calculat folosind Fresnel cu albastru, SPW cu roșu, SASPW cu portocaliu (b). Profilul de intensitate în planul focal pentru SASPW cu portocaliu, GDW cu violet, diferența dintre SASPW și GDW cu verde (c) rezultatul GDW este normalizat la aceeași intensitate maximă ca SASPW.

În cele ce urmează, vom folosi GDW pentru a compara performanțele unei lentile sferice cu cele ale unei lentile asferice comerciale. Lentila asferică aleasă este realizată dintr-un material cu indice de refracție ridicat (1.7761) și are o distanță focală de 18.978 mm și grosimea la centru de 9 mm. Pentru o comparație corectă am schimbat curbura lentilei sferice utilizate anterior pentru a se potrivi cu distanța focală a lentilei asferice, grosimea urmând să fie tot de 9 mm. Raza de curbură rezultată a fost de 12.9617 mm. **FIG. 4** prezintă lentila sferică (a) și punctul focal produs de această lentilă (b) calculat folosind G D-W. Spotul focal este afectat considerabil de aberația sferică. Putem vedea că modelul de intersecție al razelor cu planul focal se potrivește foarte bine cu punctul focal calculat folosind optica fizică. **FIG. 5** prezintă lentila asferică (a) și punctul focal limitat de difracție produs de această lentilă (b) calculate folosind G D-W. Punctul focal geometric este considerabil mai mic decât punctul focal limitat de difracție, așa cum este de așteptat de la o lentilă corectată comercială, aceasta este o dovadă simplă că și algoritmul de trasare a razelor este precis, altfel razele ar fi împrăștiate pe o zonă mai mare în planul focal, rezultând într-un spot focal aberat.

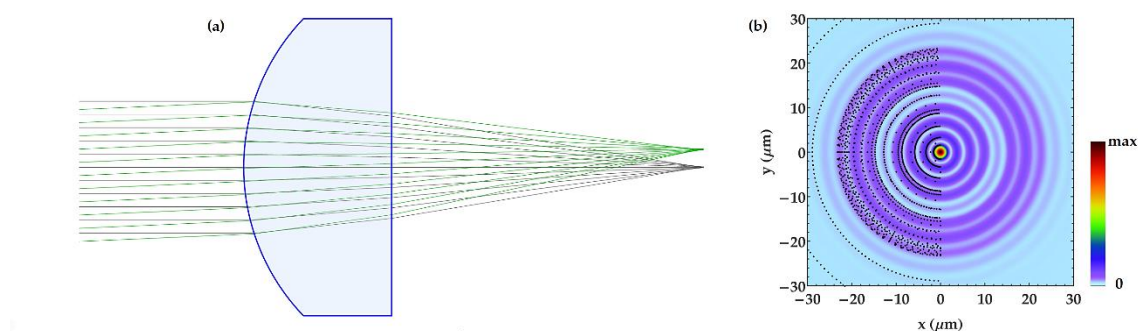


FIG. 4. Lentilă sferică având distanța focală din spate de 18.978 mm, trasare de raze (a), profil de intensitate produs de această lentilă în planul focal (b) atât geometric, cât și calculat folosind optica fizică.

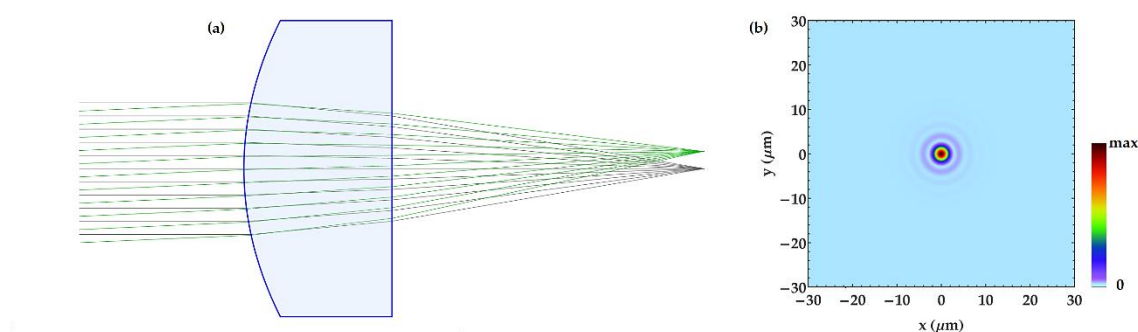


FIG. 5. Lentilă asferică comercială având distanța focală de 18.978 mm, trasare de raze (a), profil de intensitate produs de această lentilă în planul focal (b) calculat folosind optica fizică.

4. Lumină structurată: Aplicații

Lumina structurată este un subiect relativ nou în științele optice, care se referă la generarea și aplicațiile structurilor de câmp electromagnetic având variații non-triviale ale intensității, fazei sau stării de polarizare, cum ar fi fasciculele Bessel [20] și Airy [21], sau fasciculele vortex [5], care vor fi subiectul principal al acestui capitol. Astfel de fascicule se caracterizează printr-un profil transversal în formă de inel cu intensitate zero în centru și o fază spațială care se modifică cu un multiplu întreg m de 2π de-a lungul unui contur în jurul punctului de singularitate a fazei (intensitate zero), unde m este denumit sarcina topologică. Starea de polarizare a unui astfel de fascicul este uniformă în planul transversal, însă o suprapunere de-a lungul aceleiași axe a două fascicule vortex cu stări de polarizare ortogonale produce un fascicul cu o stare de polarizare variabilă, care este denumit fascicul vectorial (VB) [6]. Aplicațiile pentru fasciculele vortex se extind de la imagistica de contrast ridicat [22], microscopia StED (stimulated emission depletion) [23,24], manipularea optică [25], până la comunicațiile prin fibre optice [26] sau chiar astronomie [27]. VB au fost, de asemenea, utilizate recent pentru StEd [28,29], precum și pentru prelucrarea materialelor cu laser [30].

Acest capitol explorează generarea, propagarea și focalizarea fasciculelor vortex și vectoriale, începând cu elementele optice difractive (DOE). Secțiunea (4.1) acoperă generarea fasciculelor vortex cu ajutorul DOE. Secțiunea (4.2) prezintă metodele de generare a fasciculelor vortex și vectoriale utilizând cristale uniaxiale tăiate c. În cele din urmă, în secțiunea (4.3) este prezentat un element original și sistem optic pentru generarea de fascicule vortex cu profiluri de intensitate reglabile în planul focal al unei lentile.

4.1 Fascicule vortex-elemente difractive pentru generarea fasciculelor vortex

În această secțiune, explorăm generarea fasciculelor vortex folosind DOE și modul în care eficiența de difracție variază în funcție de lungimea de undă a fascicolului, fără a modifica lungimea de undă de design a DOE. Figura de difracție în câmp îndepărtat și faza fascicolului vor fi evaluate folosind un interferometru Sagnac. Simulările pentru propagarea în spațiu liber sunt efectuate folosind integrala Fresnel, implementată folosind transformate Fourier rapide.

O parte din rezultatele prezentate în această secțiune sunt incluse în lucrarea "Method for exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated by a spiral phase plate," Optics & Laser Technology, vol. 141, p. 107098 (2021) [31], și prezentarea poster "Exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated with wavelength-detuned spiral phase plates" presented at CLEO®/Europe-EQEC 2021 [32].

Elementele optice difractive (DOE) sunt componente optice cu suprafețe structurate. În **FIG. 6** este ilustrat procesul de determinare a profilului de suprafață al unei lentile difractive pornind de la o lentilă sferică (a) cu aceeași funcție, trecerea la o lentilă Fresnel (b) și în final la o lentilă difractivă (c). Un DOE obișnuit utilizat pentru a crea fascicule vortex este placa de fază spirală [33] (SPP), care introduce o variație azimutală de fază, așa cum se arată în **FIG. 7**, reprezentând un exemplu de SPP multinivel, cu sarcină topologică $m = 1$.

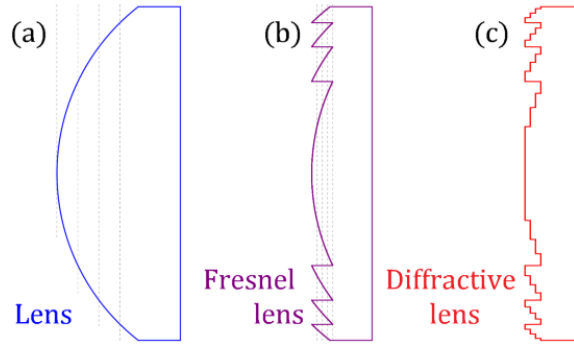


FIG. 6. Ilustrație a procesului de realizare a profilului de suprafață al unei componente optice de tip lentilă difractivă, lentile sferice (a), lentilă Fresnel corespunzătoare (b), lentilei difractive corespunzătoare (c).

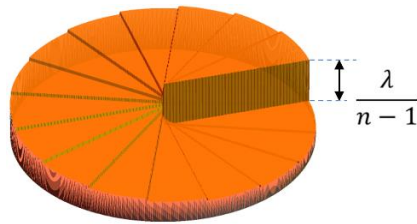


FIG. 7. Interfața structurată a unui SPP cu mai multe niveluri cu sarcină topologică $m = 1$.

Un SPP cu mai multe niveluri cuprinde secțiuni triunghiulare dispuse circular în jurul centrului, cu o variație bruscă a grosimii între fiecare pereche de secțiuni adiacente. O versiune mai idealizată este SPP cu suprafață continuă (necuantificată) care, de asemenea, poate fi fabricată în practică [34]. Cu toate acestea, cel puțin o treaptă trebuie să fie prezentă. Pentru SPP-urile cu sarcină topologică mai mare de 1, suprafața poate prezenta o treaptă mare sau mai multe. În al doilea caz, SPP se numește secțional, deoarece este împărțit în secțiuni (triunghiulare și dispuse circular în jurul centrului). În **FIG. 8**, este prezentată o hartă care arată înălțimea suprafeței pentru un SPP $m = 3$, pentru a ajuta la distingerea între SPP simplu continuu (a), SPP secțional (b) și SPP secțional multinivel (c), N reprezentând numărul de niveluri discrete de înălțime.

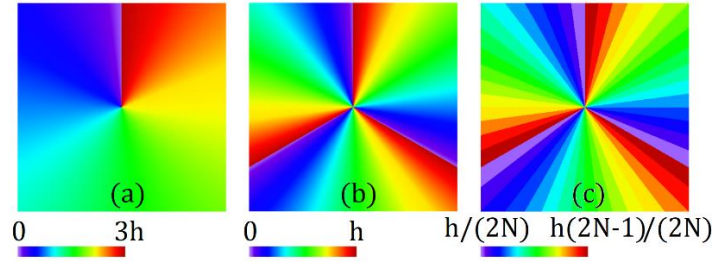


FIG. 8. Structura înălțimii pentru diferite tipuri de SPP-s, h este grosimea materialului corespunzător unei diferențe de drum optic λ_0 .

Considerând un SPP secțional cu o suprafață continuă corespunzătoare funcției de înălțime prezentate în **FIG. 8b**, iluminată de un fascicul laser cu lungimea de undă λ_0 care este și lungimea de undă de proiectare a SPP, faza fascicolului generat este continuă și se modifică liniar în funcție de variabila azimutală θ . În schimb, atunci când este iluminată cu o lungime de undă diferită λ , frontul de undă indus de SPP este discontinuu la frontierele dintre secțiuni. Pentru alte lungimi de undă decât λ_0 , diferența de înălțime la granițele secțiunilor nu corespunde distanței pe care faza se modifică cu 2π . Astfel, funcția de fază neînășurată prezintă variații rapide și are un aspect de dinți de ferăstrău. Putem descompune funcția de transmisie a SPP folosind seria Fourier [35], așa cum este scrisă în ecuația (4.1). Fiecare termen din serie corespunde unui mod vortex cu sarcină topologică distinctă, similar felului în care o rețea de difracție liniară produce mai multe ordine de difracție care se propagă la unghiuri înclinate unele față de altele.

$$T_\lambda(\theta) = \exp \left[i \frac{\lambda_0}{\lambda} \text{mod}(m \theta, 2\pi) - i \pi \frac{\lambda_0}{\lambda} \right] = \frac{\sin \left(\pi \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)}{\pi} \sum_k \frac{\exp(i k m \theta)}{\frac{\lambda_0}{\lambda} - k} \quad (4.2)$$

unde $\text{mod}(x, 2\pi) = x - 2n\pi$ și n este cel mai mare întreg astfel încât $x > 2n\pi$.

Elementul optic difractiv utilizat pentru investigațiile noastre este o matrice de SPP-uri (sarcini topologice cuprinse între 1 și 8 proiectate pentru lungimea de undă $\lambda_0 = 633$ nm. Suprafața structurată este secțională și continuă în cadrul fiecărei secțiuni; prin urmare, funcția de transmisie este cea dată în Eq. (4.3). Au fost examinate figura de difracție în câmp îndepărtat și modelul de interferență generat utilizând un interferometru Sagnac. În primul rând, am investigat experimental propagarea fascicolului vortex în spațiul liber și pentru aceasta am utilizat atât un laser HeNe cu undă continuă (CW) cu lungimea de undă de emisie egală cu lungimea de undă de proiectare a SPP, cât și un laser Ti:Sapphire cu lungimea de undă centrală de 780 nm, funcționând în undă continuă. În **FIG. 9** am prezentat figurile de difracție în câmp îndepărtat teoretic și experimental pentru fascicolul HeNe la 1.1 m distanță de SPP. Fascicolul inițial are o rază a taliei de 0.34 mm, iar SPP-ul este plasat la aproximativ 1.5 m de talie.

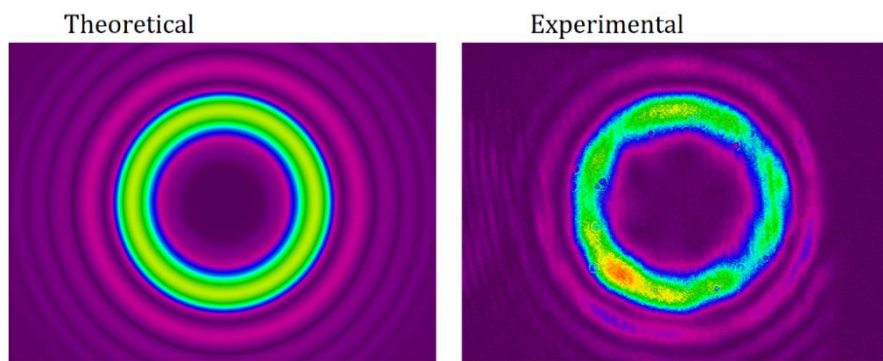


FIG. 9. Modelarea teoretică și modelul experimental al intensității fascicolului vortex pentru un SPP $m = 5$ iluminat la lungimea de undă proiectată, latura mică este de 3 mm.

Putem interpreta fiecare termen din Eq. (4.4) ca fiind analog ordinelor de difracție observate în cazul unei rețele de difracție, deși acestea nu sunt separate spațial. Pentru a ilustra felul în care fiecare mod contribuie la profilul intensității totale, considerăm un SPP secțional cu suprafață continuă în fiecare secțiune, $m = 5$, proiectat pentru $\lambda_0 = 633$ nm, dar care este iluminat cu un fascicul laser cu lungimea de undă $\lambda = 780$ nm. În **FIG. 10** prezentăm profilul simulat al intensității în câmp îndepărtat calculat ca o însumare a modurilor vortex din descompunerea Fourier dată în Eq. (4.5).

În **FIG. 10a** este prezentată funcția de fază a SPP. Frația din putere dispersată în ordinul k este dată de pătratul valorii absolute a coeficientului k din descompunerea Fourier a funcției de transmisie Eq. (4.6) și are cea mai mare valoare pentru ord. 1, pentru care distribuția transversală de intensitate are simetrie radială, a se vedea **FIG. 10b**. Frația din puterea împrăștiată în modul dorit, în acest caz, termenul cu $k = 1$, se numește eficiență de difracție a DOE. După cum se arată în **FIG. 10c**, adăugarea ordinului $k = -1$ induce $2m$ franje circulare în profilul fascicolului, iar figura generală are $2m$ simetrie de rotație și oglindă. Suma termenilor $k = 0$ și $k = 1$ induce un număr de m franje circulare și prezența unei intensități diferite de zero de-a lungul axei optice **FIG. 10e**, profilul prezintă simetrie de rotație de ordinul m , dar nu simetrie de reflexie. În acest caz singularitatea de ordinul m este împărțită în m singularități de ordinul 1. În **FIG. 10f** am prezentat profilul obținut prin însumarea termenilor $-1, 0, 1$ și 2 . Faza și intensitatea fascicolului (luând în considerare toate modurile vortex) sunt prezentate în **FIG. 10d**. Putem observa că franjele luminoase sunt separate în regiunea corespunzătoare saltului de fază al fazei inițiale. Comparând acest lucru cu **FIG. 10f**, putem concluziona că ceilalți termeni, cu excepția $-1, 0, 1$ și 2 , au un impact mai mic asupra profilului intensității în primul inel de difracție, deoarece modurile superioare sunt mai extinse și nu se suprapun peste modurile inferioare, iar intensitatea lor este mai mică.

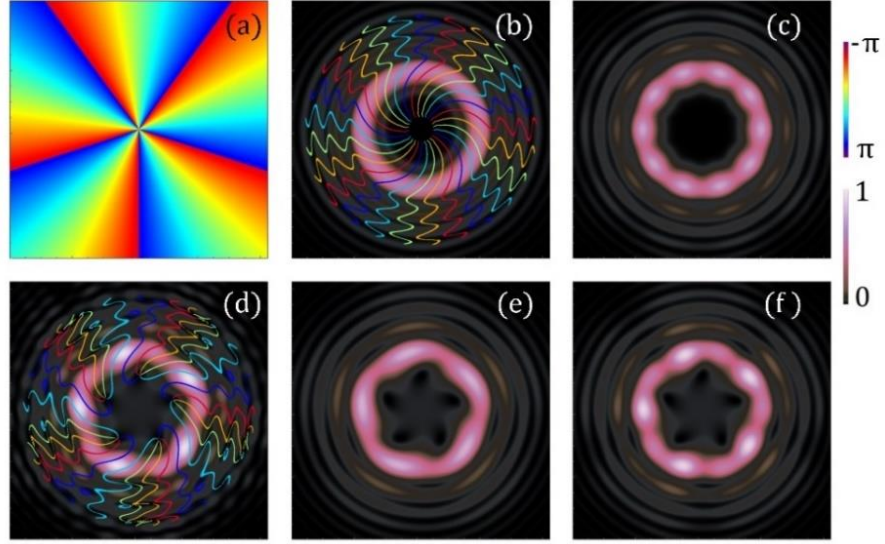


FIG. 10. Faza indusă de SPP (a). Modelarea teoretică a intensității unui fascicul vortex generat de un SPP cu $m = 5$, proiectat pentru $\lambda_0 = 633$ nm, iluminat la lungimea de undă $\lambda = 780$ nm, termeni de difracție: 1 (b); 1 și -1 (c); toți termenii de difracție (d); 0 și 1 (e); -1, 0, 1, 2 (f).

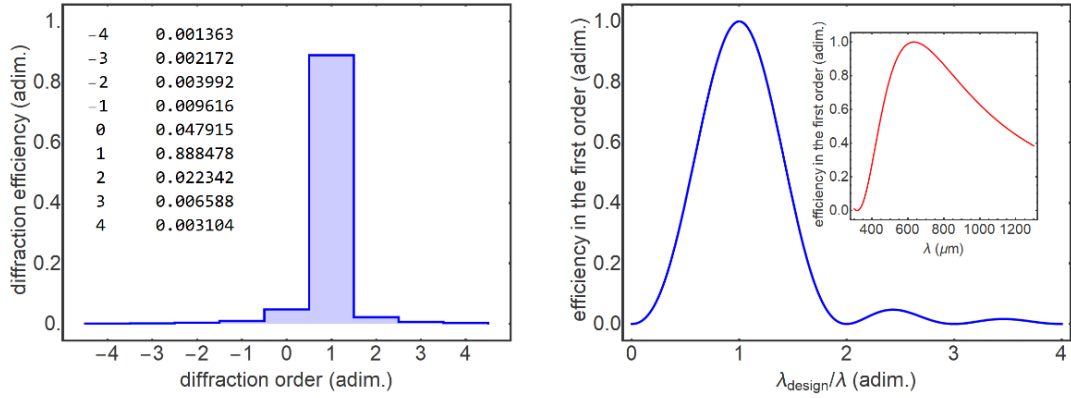


FIG. 11. Frația de putere în fiecare mod care compune fasciculul vortex generat de un SPP cu $m = 5$, proiectat pentru $\lambda_0 = 633$ nm, iluminat la lungimea de undă $\lambda = 780$ nm (stânga), eficiența de difracție în funcție de lungimea de undă (dreapta).

În **FIG. 11a** este prezentată fracția de putere conținută în fiecare mod pentru un SPP proiectat pentru lungimea de undă $\lambda_0 = 633$ nm conform ecuației (4.7), iar variația eficienței de difracție cu lungimea de undă prezentată în **FIG. 11b**, eficiența de difracție este definită ca modulul pătrat al coeficientului $k = 1$ din dezvoltarea în serie Fourier a funcției de transmisie.

Pentru a evalua structura de fază și dislocările de fază ale fasciculelor generate prin iluminarea SPP-urilor la o lungime de undă de $\lambda = 780$ nm, a fost construit un interferometru de tip Sagnac. Configurația experimentală utilizată pentru generarea figurilor de interferență este prezentată în **FIG. 12**, cuprinzând o SPP plasată la 1.5 metri de talia fascicolului, un separator de fascicul (PBS), trei oglinzi și un analizor de fascicule.

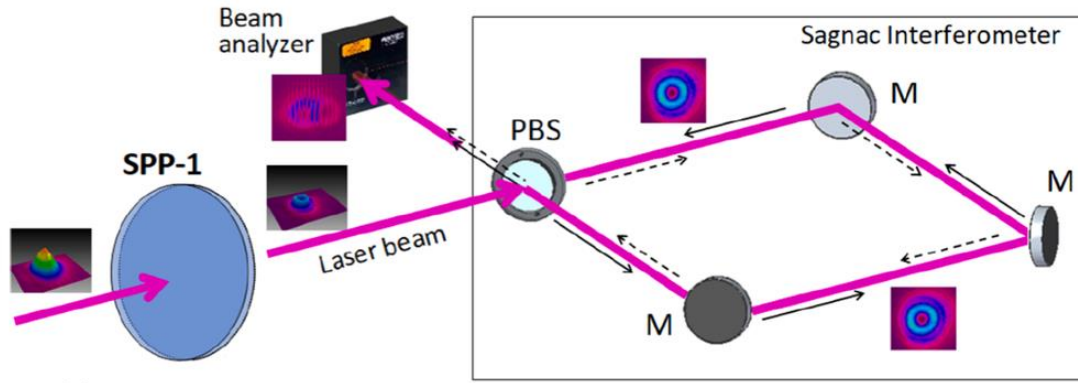


FIG. 12. Configurația experimentală utilizată pentru a studia influența lungimii de undă asupra fascicolului vortex generat utilizând un SPP care funcționează în transmisie [31].

Distribuțiile transversale ale fasciculelor vortex înregistrate după trecerea fascicolului HeNe prin SPP sunt prezentate în **FIG. 13**. Se poate observa că simetria radială a profilului de intensitate este păstrată, deoarece SPP a fost proiectat pentru această lungime de undă. Profilul fascicolului produs atunci când SPP a fost iluminată la lungimea de undă $\lambda = 780 \text{ nm}$ is shown in **FIG. 14**. Profilurile de intensitate au fost înregistrate pentru sarcini topologice cuprinse între 1 și 8. Aceste profiluri prezintă franje de interferență distribuite azimutal de tip floare, care rezultă din interferența dintre mai multe moduri vortex, așa cum este descris de ecuația (4.8). Este de remarcat faptul că toate punctele de intensitate zero sunt echidistante de centru, fiecare reprezentând o dislocare de fază de ordinul 1 (unde faza se modifică doar cu 2π în jurul punctului de dislocare). Cu alte cuvinte, singularitatea de fază fascicolului vortex generat în timpul iluminării SPP la lungimea de undă de proiectare, λ_0 , se divizează în m atunci când lungimea de undă a fascicolului laser este modificată la λ . Rezultatele experimentale privind difracția acestor fascicule sunt remarcabil de asemănătoare cu cele teoretice calculate folosind integrala Fresnel, care sunt prezentate în **FIG. 15**. Acest lucru indică probabil că funcția de transmisie a SPP-ului utilizat este foarte apropiată de cea ideală. Diferențele mici provin probabil din de-centrarea minoră a SPP-ului în raport cu axa optică a fascicolului.

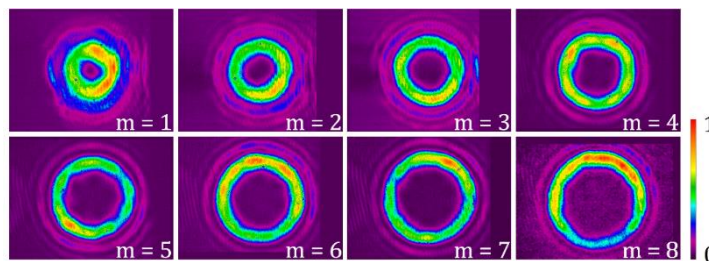


FIG. 13. Rezultate experimentale ale distribuției fascicolului laser după propagarea pe o distanță de 1 m de SPP, la valori ale sarcinii topologice m de la 1 la 8 [31].

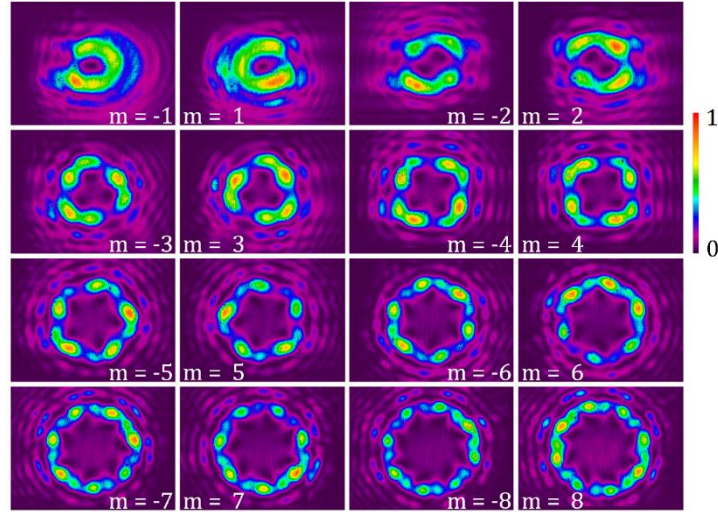


FIG. 14. Distribuția fascicolului laser măsurată pentru SPP iluminat la lungimea de undă $\lambda = 780 \text{ nm}$, m variază de la ± 1 la ± 8 [31].

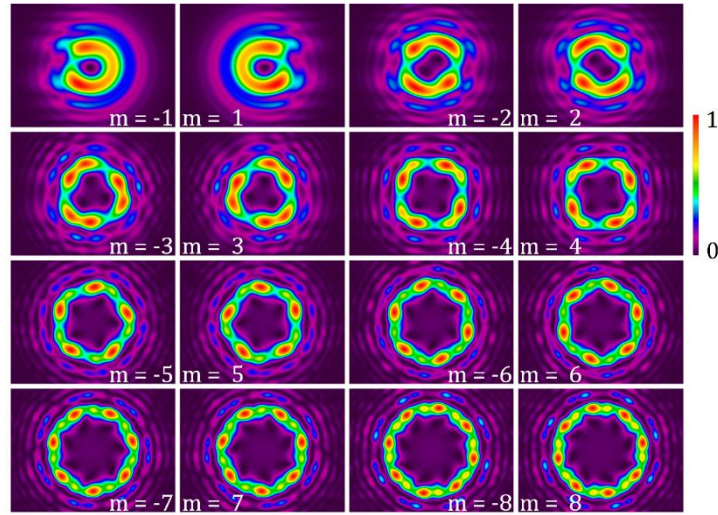


FIG. 15. Fasciculul vortex simulat pentru SPP la lungimea de undă $\lambda = 780 \text{ nm}$, m variază de la ± 1 la ± 8 [31].

În acest moment, putem determina cu ușurință atât valoarea, cât și semnul sarcinii topologice a unui SPP prin simpla observare a profilului de intensitate al fascicolului ce trece prin elementul de fază. În cele ce urmează, prezentăm imagini obținute cu ajutorul interferometrului. **FIG. 16a** prezintă distribuția unui fascicul vortex înregistrat într-un braț al interferometrului Sagnac atunci când un element vortex cu $m = 4$ a rețelei SPP a fost iluminată la lungimea de undă $\lambda = 780 \text{ nm}$. După cum s-a arătat anterior, fasciculul vortex prezintă patru singularități de ordinul 1, distribuite simetric în raport cu axa optică. Figura de interferență corespunzătoare este prezentat în **FIG. 16b** Estimarea valorii sarcinii topologice din această imagine este dificilă deoarece pot fi identificate doar două bifurcații pentru fiecare fascicul implicat în interferență. Pentru a ne îmbunătăți capacitatea de a citi figurile de interferență, am realizat o filtrare Fourier a figurilor de interferență experimentale. În primul rând, datele de intensitate din imaginea de interferență

sunt transformate Fourier. Apoi, rezultatul este înmulțit cu o mască pentru a selecta numai picul responsabil pentru suma intensităților **FIG. 16c**, sau pentru franjele de interferență. Diferența de fază dintre cele două fascicule este determinată din argumentul transformatei Fourier inverse a termenului de interferență, după cum se arată în **FIG. 16d**. punctele de singularitate apar sub formă de Y (sau bifurcații); după identificarea lor, localizăm pozițiile corespunzătoare pe harta sumei intensităților **FIG. 16c**, care sunt evidențiate prin cercuri roșii și negre. Aceste poziții corespund punctelor de intensitate zero dispuse în colțurile unui poligon aproape regulat, așa cum se vede în **FIG. 16a**. Numărul acestor puncte indică valoarea sarcinii topologice. În continuare, prezentăm distribuția transversală simulată și faza unui fascicul în **FIG. 16f**, împreună cu figura de interferență calculată în **FIG. 16g**. **FIG. 16h** prezintă harta diferenței de fază care a fost calculată ca o diferență a fazelor celor două fascicule vortex identice, dar deplasate și înclinate. Se poate observa că harta simulată a diferenței de fază corespunde hărții experimentale a fazei.

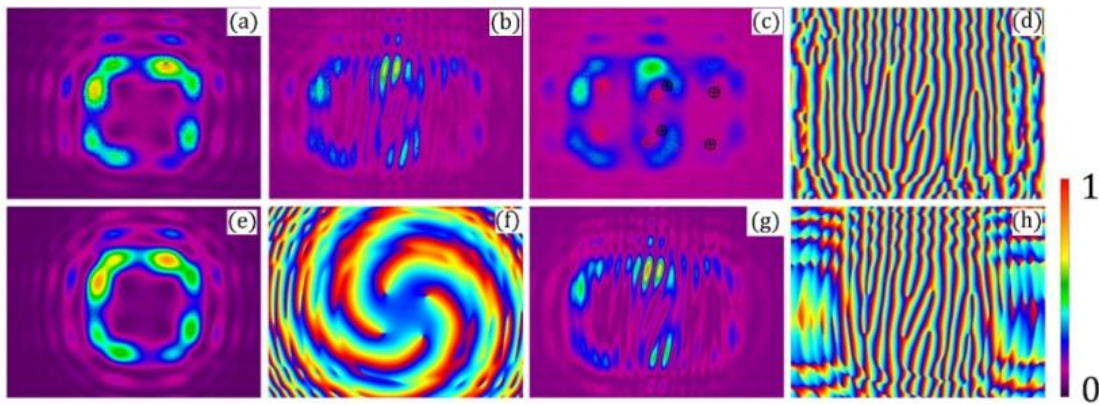


FIG. 16. Rezultatele experimentelor arată: distribuția fascicolului pe unul dintre brațele interferometrului, SPP cu $m = 4$, $\lambda = 780$ nm (a); figura de interferență produsă cu interferometrul Sagnac (b); cele două fascicule fără interferență, extrase din (b) prin filtrare Fourier (c); harta diferenței de fază rezultată din (b) după filtrarea Fourier (d). Simulări ale distribuției fascicolului laser (e) și ale fazei (f), împreună cu figura de interferență (g) și harta diferenței de fază (h) [31].

Utilizând procesarea imaginilor Fourier, s-a arătat că fasciculele generate prin iluminarea SPP cu un fascicul laser cu lungimea de undă $\lambda = 780$ nm sunt fascicule vortex, sarcina lor topologică a fost verificată. Numărul de puncte de intensitate zero este egal cu sarcina topologică a fascicolului vortex. Distribuția de intensitate în plan transversal a fasciculelor vortex modelate teoretic pentru valorile TC de la $m = \pm 1$ la $m = \pm 8$, utilizate pentru a obține harta simulată a diferenței de fază, sunt reprezentate în **FIG. 16d** și sunt în concordanță cu cele măsurate (**FIG. 16f**). Pentru a înțelege mai clar influența lungimii de undă, am decis să simulăm distribuțiile de

intensitate generate de un SPP având funcția de transmisie stabilită prin ecuația (4.1) și un fascicul laser de diferite lungimi de undă, $\lambda = 316$ nm, 423 nm, 531 nm, 633 nm (lungimea de undă de design λ_0), 780 nm, 1100 nm, 1267 nm and 1490 nm. După cum am arătat deja, modurile vortex difractate care influențează cel mai mult distribuția intensității unui fascicul care iluminează o placă de fază spirală sunt 1, 0, 1 și 2. **FIG. 17** prezintă energia conținută în fiecare mod în funcție de lungimea de undă. Lungimea de undă aleasă evidențiază unele cazuri speciale în care fie un mod transportă toată energia, fie două moduri transportă aceeași energie.

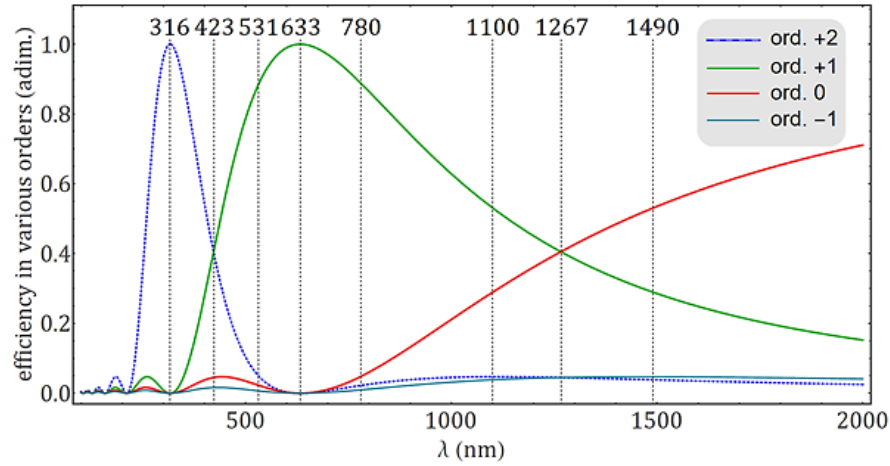


FIG. 17. Energia conținută în fiecare mod vortex generat (-1, 0, 1, 2) în funcție de lungimea de undă, evidențiind distribuția energiei pentru lungimile de undă 316 nm, 423 nm, 531 nm, 633 nm, 780 nm, 1100 nm, 1267 nm și 1490 nm.

În această secțiune, am studiat propagarea în spațiul liber atât a fasciculelor vortex optice clasice, cât și a fasciculelor produse prin iluminarea SPP-urilor cu un fascicul cu o lungime de undă diferită de cea pentru care a fost proiectat SPP-ul. Am observat și prezentat o metodă de determinare a sarcinii topologice analizând imaginea de difracție al acestei ultime categorii de fascicule. Imaginea de difracție este caracterizată prin m zone de intensitate zero, egal distanțate care înconjoară un punct de intensitate diferită de zero pe axa optică. Figura de difracție are simetrie de rotație de ordinul al m -lea.

4.2 Conversia polarizării în cristale uniaxiale

Fasciculele vectoriale (VB) pot fi rezultă prin suprapunerea colineară a două fascicule vortex cu stări de polarizare ortogonale și sarcini topologice distincte. Starea de polarizare a acestor fascicule este variabilă de-a lungul secțiunii transversale. VB pot fi produse și folosind, de exemplu, întârziatori de fază cu cristale lichide structurați (q-plates) [36,37] sau plăci birefringente inscripționate cu rețele sub-lungimea de undă [38]. Metodele alternative utilizează sisteme optice interferometrice care combină cele două fascicule cu stări de polarizare ortogonale generate fie utilizând SPP-uri [39], fie modulatori spațiale de lumină (SLM) [40].

Recent, a fost demonstrată generarea de fascicule vortex de bandă largă utilizând cristale uniaxiale [41,42]. Generarea fasciculelor vortex prin conversia modului transversal Gaussian în cristale uniaxiale are o eficiență teoretică de 50% pentru generarea unui mod cu sarcină topologică ± 2 folosind un fascicul incident cu polarizare circulară și o eficiență de 75% pentru generarea unui mod cu sarcină topologică ± 1 folosind un fascicul incident polarizat liniar. Eficiența de conversie poate fi obținută pentru cristale mai subțiri folosind un fascicul cu un diametru mai mic [43].

Efectul unui material birefringent asupra propagării unei unde plane este bine cunoscut și a fost deja exploatat pentru o gamă largă de aplicații. Cu toate acestea, propagarea unui fascicul divergent sau focalizat suficient de puternic astfel încât lungimea Rayleigh să fie comparabilă cu lungimea cristalului prezintă unele efecte interesante. În această secțiune vom discuta propagarea unui fascicul printr-un cristal uniaxial și fenomenul de conversie a polarizării cu un schimb de moment cinetic între partea de spin (polarizare) și partea orbitală (faza vortex), asociat cu propagarea. Pe scurt, un fascicul cu polarizare circulară, care se propagă de-a lungul axei de anizotropie a unui cristal uniaxial va genera un mod vortex având starea de polarizare ortogonală față de cea inițială, în așa fel încât momentul cinetic total al fascicolului să se conserve. Pentru situația care va fi discutată aici, eficiența conversiei (adică fracția din energia totală transportată de modul vortex) va prezenta o variație periodică cu distanța de propagare. Prin urmare, este posibil să avem o conversie incompletă. În această situație, o parte a fascicolului de intrare se propagă în continuare suprapusă cu modul vortex nou generat, deplasându-se de-a lungul aceleiași axe, formând astfel un fascicul vectorial (VB). De asemenea, vom determina o expresie a matricei Jones asociată unui cristal uniaxial tăiat c iluminat de un fascicul necolimat; această expresie este utilizată pentru a demonstra toate configurațiile posibile de câmp electric care pot fi produse de sistemul optic propus. Lucrarea teoretică este însoțită de experimente, am investigat starea de polarizare și distribuția transversală de intensitate VB generate în planul focal al unei lentile. Sistemul optic utilizat pentru producerea VB cuprinde un cristal uniaxial Safir tăiat c,

plasat între două lentile axicon, care este iluminat de un fascicul Gaussian sau Laguerre-Gauss, împreună cu un subansamblu pentru a controla starea inițială de polarizare și distribuția transversală și un altul pentru a analiza starea de polarizare a fascicolului de ieșire. Unul dintre cele mai interesante fenomene care au fost observate pentru fasciculul Laguerre-Gauss polarizat liniar incident pe sistemul optic este pierderea simetriei circulare pe măsură ce fasciculul se propagă către planul focal al lentilei. Acest comportament ciudat este explicat teoretic într-una dintre lucrările anterioare [44], precum și în Quiceno-Moreno et al. [45] ca fiind cauzat de faza Gouy care este asociată cu propagarea modurilor Laguerre-Gauss către planul focal al unei lentile. Rezultatele prezentate în această secțiune au fost incluse în lucrarea „Superposition of vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals”, Sci. Rep. 12, 8135 (2022) [46] și parțial în două prezentări de tip poster

“Vector vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals,” International Conference on Laser, Plasma and Radiation - Science and Technology, June 7-10, 2022 Bucharest, Romania; poster presentation P1-06 [47]; și

“Theoretical and experimental study of the vector beams generated with an axicon pair and uniaxial crystals,” 2021 Conference on Lasers and ElectroOptics/ European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO/Europe-EQEC 2021), 21-25 June 2021, CL-P.5 [48].

În continuare vom schița o demonstrație pentru amplitudinea câmpului unui fascicul optic ca rezultat al propagării de-a lungul axei optice z printr-un cristal uniaxial. În mod similar cu alte lucrări teoretice [43,49,50], câmpul electric va fi descris în baza polarizării circulare. Este bine cunoscut faptul că există două moduri distincte de propagare în medii uniaxiale, fiecare fiind caracterizat de un indice de refracție care depinde de direcția de polarizare față de axa cristalului, unde plane corespunzătoare fiecăruia dintre aceste două moduri sunt caracterizate de o anumită relație între componentele vectorului de undă și frecvență, numite relații de dispersie. Să considerăm că axa optică, precum și axa cristalului sunt de-a lungul direcției z , în cele ce urmează sunt prezentate relațiile pentru proiecția vectorului de undă de-a lungul direcției z

$$\begin{aligned} k_z^{(o)}(\mathbf{k}) &= \sqrt{k_0^2 n_o^2 - \mathbf{k}^2} \\ k_z^{(e)}(\mathbf{k}) &= \sqrt{k_0^2 n_o^2 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \mathbf{k}^2}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Continuitatea fazei câmpului electric de-a lungul interfeței cristalului implică faptul că proiecția vectorului de undă în planul interfeței este aceeași atât pentru unda inițială, cât și pentru unda refractată pentru ambele unde extraordinare/ordinare, a se vedea **FIG. 18** care descrie refracția unei raze/unde plane la interfața dintre aer și un cristal uniaxial birefringent în situația descrisă mai sus în care axa cristalului este perpendiculară pe suprafață. Valoarea absolută a

vectorului de undă este dată de produsul $k_0 n_o$ pentru unda ordinară și $k_0 n_e(\phi_e)$ pentru unda extra-ordinare. Undele ordinare sunt caracterizate de orientarea câmpului electric perpendicular pe axa cristalului. Prin urmare, undele extraordinare sunt polarizate de-a lungul unei direcții care este perpendiculară pe direcția de polarizare a undelor ordinare, unghiul ϕ_e dintre axa cristalului și orientarea câmpului electric pentru undele extraordinare depinde de direcția razei, prin urmare indicele de refracție depinde de asemenea de direcție conform următoarei relații [51].

$$\left(\frac{1}{n'_e(\phi_e)}\right)^2 = \frac{\cos^2 \phi_e}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \phi_e}{n_e^2}. \quad (4.3)$$

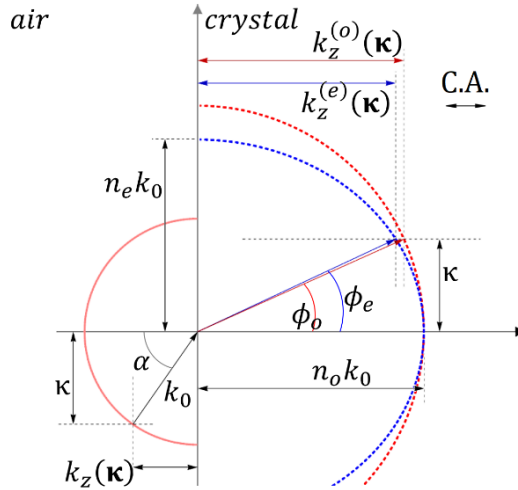


FIG. 18. Refracția unei raze la interfața dintre aer și un cristal uniaxial tăiat c.

Diferența în direcția razelor/ undelor plane refractate ale celor două moduri polarizate ortogonal este mică, vom considera că pentru cele două moduri, undele refractate au aceeași direcție. Cu toate acestea, diferența de fază care se acumulează între modurile extraordinar și ordinar pe câțiva centimetri de propagare este semnificativă. Putem rescrie faza acumulată de o undă plană polarizată ordinar pe distanța L după cum urmează:

$$\varphi_o(\mathbf{k}) = L k_z^{(o)}(\mathbf{k}) = \frac{k_o^2 n_o^2 L}{\sqrt{k_o^2 n_o^2 - \mathbf{k}^2}} - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} L}{\sqrt{k_o^2 n_o^2 - \mathbf{k}^2}}$$

Putem recunoaște cantitatea $k_o^2 n_o L / \sqrt{k_o^2 n_o^2 - \mathbf{k}^2} = k_o n_o L / \cos \phi_o$ drept lungimea drumului optic al unei raze înclinată cu unghiul ϕ_o față de axa optică între două planuri perpendiculare pe axa optică, situată la distanța L , cantitatea $\mathbf{k} L / \sqrt{k_o^2 n_o^2 - \mathbf{k}^2} = \Delta \mathbf{r}_o$ este coordonata transversală în planul de ieșire față de coordonata sa transversală inițială. În mod similar, putem scrie faza acumulată de modul extraordinar.

$$\varphi_e(\mathbf{k}) = L k_z^{(e)}(\mathbf{k}) = \frac{k_o^2 n_e^2(\phi_e) L}{\sqrt{k_o^2 n_e^2(\phi_e) - \mathbf{k}^2}} - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} L}{\sqrt{k_o^2 n_e^2(\phi_e) - \mathbf{k}^2}}$$

Dacă considerăm, așa cum am afirmat anterior, că undele ordinare și extraordinare refractate au aceeași direcție (i.e., $\phi_e = \phi_o = \phi$ și $\Delta \mathbf{r}_o = \Delta \mathbf{r}_e = \Delta \mathbf{r}$) fazele acumulate de cele două unde pot fi approximate:

$$\begin{aligned}\varphi_o(\mathbf{\kappa}) &= L k_z^{(o)}(\mathbf{\kappa}) = \frac{k_o n_o L}{\cos \phi} - \frac{\kappa^2 L}{k_o n_o \cos \phi} \\ \varphi_e(\mathbf{\kappa}) &= L k_z^{(e)}(\mathbf{\kappa}) = \frac{k_o n_e(\phi) L}{\cos \phi} - \frac{\kappa^2 L}{k_o n_e(\phi) \cos \phi}\end{aligned}\quad (4.4)$$

Al doilea termen din ambele ecuații din (4.4) ține seama de difracție, atâta timp cât unghiul ϕ poate fi tratat ca parametru global pentru întregul fascicul, problema propagării prin cristal se reduce la o integrală de difracție care este remarcabil de asemănătoare cu integrala Fresnel, pentru distanțe mici de propagare efectul difracției este ne-relevant, acesta fiind cazul aici. Fără termenul de difracție, diferența de fază Φ rezultată între cele două unde este

$$\Phi(\phi) = \varphi_o(\phi) - \varphi_e(\phi) = \frac{k_o L}{\cos \phi} [n_o - n_e(\phi)]. \quad (4.5)$$

Am presupus o înclinare globală a razelor/ undelor plane în raport cu axa optică/ a cristalului, această presupunere fiind o aproximație valabilă pentru două situații; un fascicul înclinat și un fascicul cu front de undă conic sau fascicul Bessel. Acestea sunt descrise ca o suprapunere conică de unde plane, toate având același unghi de înclinare în raport cu axa optică. Datorită simetriei cilindrice, direcția extraordinară de polarizare este întotdeauna orientată radial. Considerăm un fascicul care trece printr-un sistem optic format dintr-un element de focalizare, un cristal uniaxial tăiat c și un element de re-colimare a fascicolului, care ar putea fi identic cu elementul de focalizare. Extensia transversală a fascicolului se poate modifica pe măsură ce fascicolul necolimat se propagă, totuși, într-un mod aproape identic pentru undele extraordinare/ordinare deoarece valoarea indicelui extraordinar efectiv este foarte apropiată de cea a indicelui ordinar în această situație de propagare în lungul axei de anizotropie. Astfel, partea radială a fascicolului va fi factorizată, ne preocupă aici doar dependența de fază azimutală, deoarece aceasta este indusă de fenomenul de conversie a polarizării și este și cauza generării VB. Starea de polarizare liniară, considerând că aceasta este polarizarea inițială a fascicolului, poate fi descrisă printr-o combinație liniară a două stări de polarizare circulare ortogonale cu ponderi egale, dar faze diferite care depind de orientarea planului de polarizare. Mai departe, fasciculele polarizate liniar pot fi exprimate prin utilizarea fasciculelor polarizate azimutal și radial. Urmând abordarea din [50], fascicolul poate fi scris folosind stările de polarizare radială/azimutală, conform Eq. (4.6), aceasta exprimă legătura dintre un vector Jones arbitrar scris în baza circulară și baza radială/azimutală:

$$\begin{pmatrix} | + \rangle \\ | - \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} | R \rangle \\ | A \rangle \end{pmatrix} = \mathbb{M}(\theta) \begin{pmatrix} | R \rangle \\ | A \rangle \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

unde $|+\rangle, |-\rangle$ sunt stările de polarizare circulară spre dreapta și stânga, $|R\rangle, |A\rangle$ reprezintă stările de polarizare radială și azimutală; acestea pot fi considerate moduri proprii pentru propagarea prin cristale uniaxiale tăiate c, deoarece nu își schimbă starea de polarizare. Stările proprii ale operatorului de evoluție $\mathcal{U}(L)$ sunt $|R\rangle$ și $|A\rangle$ cu valori proprii date de faza dobândită de undele extraordinare/ ordinare, astfel cum este arătat în Eq. (4.7).

$$\begin{cases} \mathcal{U}(L)|R\rangle = e^{i k_0 n_e(\phi) L / \cos \phi} |R\rangle \\ \mathcal{U}(L)|A\rangle = e^{i k_0 n_o L / \cos \phi} |A\rangle \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\mathcal{U}(L) \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix} = \mathbb{M}(\theta) \begin{pmatrix} e^{i k_0 n_e(\phi) \frac{L}{\cos \phi}} & 0 \\ 0 & e^{i k_0 n_o \frac{L}{\cos \phi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |R\rangle \\ |A\rangle \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Folosind expresiile pentru stările de polarizare azimutală și radială Eq. (4.6) exprimate în funcție de stările $|+\rangle, |-\rangle$ și prin inserarea în Eq. (4.8), se obține următoarea expresie pentru $\mathcal{U}(L)$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{out}} &= \mathcal{U}(L) \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{in}} = \mathbb{M}(\theta) \begin{pmatrix} e^{i k_0 n_e(\phi) \frac{L}{\cos \phi}} & 0 \\ 0 & e^{i k_0 n_o \frac{L}{\cos \phi}} \end{pmatrix} \mathbb{M}^{-1}(\theta) \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{in}} \\ &= \frac{e^{i k_0 [n_e(\phi) + n_o] \frac{L}{2 \cos \phi}}}{2} \begin{pmatrix} \cos \frac{\Phi}{2} & i e^{-2i\theta} \sin \frac{\Phi}{2} \\ i e^{2i\theta} \sin \frac{\Phi}{2} & \cos \frac{\Phi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{in}} \\ &= e^{i k_0 [n_e(\phi) + n_o] \frac{L}{2 \cos \phi}} \left[\cos \frac{\Phi}{2} \mathbb{I} + i \sin \frac{\Phi}{2} \mathbb{T}(2\theta) \right] \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{in}} = \mathbb{U}(\Phi) \begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix}_{\text{in}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Am demonstrat că operatorul de evoluție $\mathcal{U}(L)$ aplicat asupra unei stări descrise în funcție de stările de polarizare circulare spre dreapta/stânga ar putea fi scris ca matricea $\mathbb{U}$ din Eq. (4.9). Diferența de fază Φ este proporțională cu distanța parcursă de fascicul prin cristal. Eficiența de conversie reprezintă fracția de energie transferată modurilor nou generate; este amplitudinea la pătrat a coeficientului din fața matricei $\mathbb{T}$ din ecuația (4.9). Formula eficienței de conversie este dată în ecuația (4.10).

$$\eta = \sin^2 \frac{\Phi}{2} \quad (4.10)$$

Diferența de fază Φ poate fi identificată ușor din ecuația (4.5), ca având expresia [52]:

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{\cos \theta} [n_o - n_e(\phi)]$$

Diferența de fază Φ , este proporțională cu distanța parcursă de raze prin cristal $L \times \cos^{-1} \phi$ dat fiind că razele sunt înclinate față de axa optică, este proporțională cu diferența $n_o - n_e(\phi)$, și este invers proporțională cu lungimea de undă λ a fascicolului laser. Deoarece pentru un fascicul cu front de undă conic toate razele au aceeași înclinare, este posibil să se obțină aceeași eficiență de conversie pe întregul fascicul, ceea ce înseamnă că pentru valori date ale indicilor de refracție n_o și n_e , grosimea cristalului L , lungimea de undă λ , și înclinarea razelor în interiorul cristalului

uniaxial ϕ eficiența de conversie poate fi 100%, dimpotrivă, pentru un fascicul cu front de undă sferic, starea de polarizare nu este constantă în secțiunea transversală a fascicolului, acest lucru fiind cauzat de faptul că undele plane care compun fasciculul parcurg distanțe diferite prin cristal, ceea ce duce la o fază diferită. În **FIG. 19** este reprezentată conversia unui fascicul Gaussian polarizat circular la dreapta într-un fascicul polarizat circular la stânga folosind fie o pereche de lentile, fie o pereche de lentile axicon și un cristal uniaxial; se presupune că în fața planului de ieșire este plasat un polarizor pentru a filtra starea de polarizare dorită.

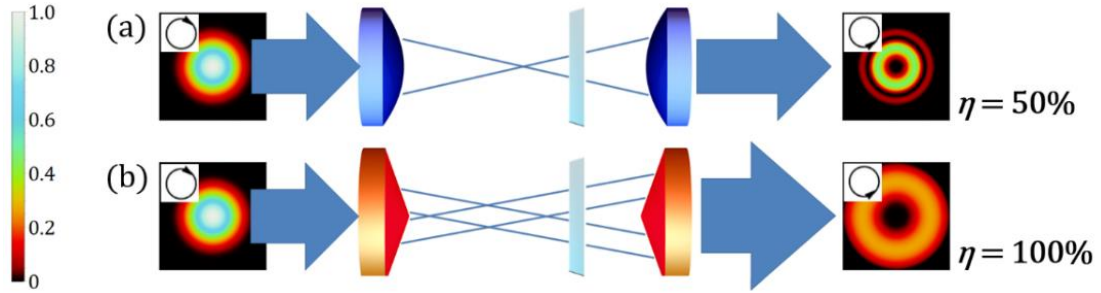


FIG. 19. Comparație între generarea de HB folosind un telescop cu lentile și un cristal uniaxial (a), față de o pereche de axicon și un cristal uniaxial (b).

Efectul cristalului asupra polarizării unui fascicul cu front de undă conic este echivalent cu cel al unei lamă de undă cu axa rapidă rotită cu unghiul azimutal în jurul axei optice. Această analogie a fost introdusă pentru prima dată de Loussert și Brasselet [52]. De exemplu, atunci când $\Phi = \pi$, cristalul corespunde condiției de lamă semi-undă, având eficiența de conversie $\eta = 100\%$. Fasciculul rezultat la ieșirea din cristal are un profil de intensitate transversală inelară, cu o stare de polarizare care depinde de polarizarea de intrare. Inițial, lumina polarizată circular spre dreapta va fi transformată în lumină polarizată circular spre stânga; din contră, dacă polarizarea inițială este circulară spre stânga, ieșirea va fi polarizată circular spre dreapta. Conservarea momentului cinetic total duce la generarea unui mod vortex cu o sarcină topologică $|m| = 2$. Pentru o stare polarizare la intrare care nu este circulară, fasciculul generat de cristalul uniaxial va fi o suprapunere a două moduri vortex cu sarcini topologice $m = \pm 2$, prezentând o stare de polarizare neomogenă în secțiune transversală.

În **FIG. 20a** exemplificăm cel mai simplu mod de a obține un fascicul cu front de undă conic utilizând un axicon convex. Un axicon ideal este caracterizat de unghiul fizic α , de indicele de refracție n_{ax} . Fasciculul generat converge inițial către o regiune în care se formează un fascicul Bessel și apoi devine divergent. Din motive practice [53], cristalul este plasat în partea divergentă a fascicolului. În **FIG. 20b** este prezentată variația eficienței de conversie η în funcție de grosimea cristalului L , pentru diferite valori ale lui α și ale materialelor din care este confecționat cristalul. Se presupune că axiconul este fabricat din Fused Silica $n_{ax} = 1.45$ pentru lungimea de undă

$\lambda = 0.788 \text{ nm}$. Prin urmare, putem alege grosimea cristalului pentru a obține orice valoare a eficienței de conversie.

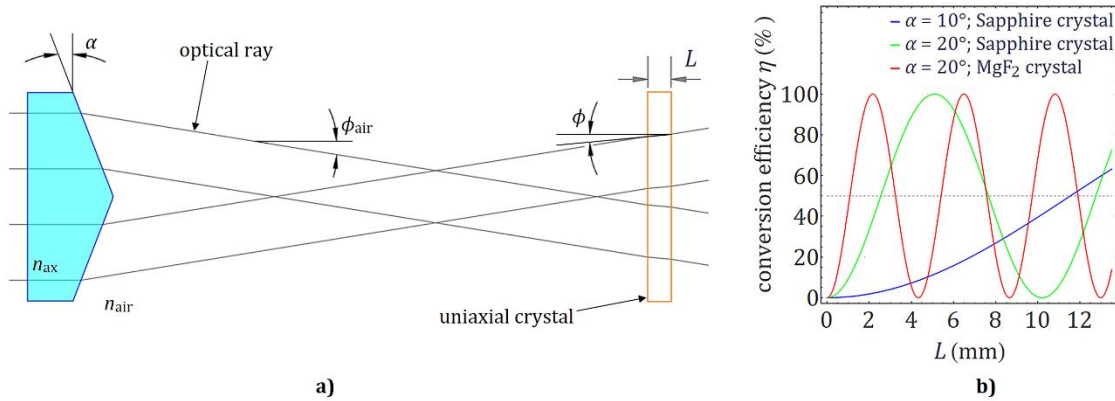


FIG. 20. Iluminarea unui cristal cu grosimea L folosind un fascicol inelar generat cu ajutorul axiconului având unghiul fizic α (a), eficiența de conversie în cristalele Safir respectiv MgF_2 pentru diferite valori ale unghiului fizic α al axiconului (b) [46].

Configurația experimentală pe care am folosit-o pentru a genera suprapunerea de fascicule vortex și pentru a investiga starea lor de polarizare este prezentată în **FIG. 35**. Aceasta constă din patru părți principale:

(i) un sistem echivalent unei placi de fază spirală (SPPS), care constă dintr-o lamă- q (q -plate) semi-undă (VHWP) plasată între două lame sfert de undă (QWP); (ii) un sistem de control al polarizării (PCS), care cuprinde un QWP urmată de o lamă semi-undă (HWP), în care ambele componente pot fi rotite în jurul axei optice pentru a regla starea de polarizare; (iii) un sistem de generare a fasciculelor vortex vectoriale (VBS) și iv) un sistem de analiză a polarizării (PAS). VBS este sistemul optic bazat pe principiile descrise mai sus pentru generarea de fascicule vectoriale, constă dintr-o pereche de lentile axicon cu un cristal uniaxial introdus între ele. Experimentele au fost efectuate atât cu cât și fără SPPS în cadrul sistemului pentru a genera diverse fascicule vectoriale. Cu SPPS-ul inserat în sistem, un fascicol laser Gaussian trece mai întâi prin SPPS, producând un fascicol vortex cu polarizare uniformă și o sarcină topologică de $m = -1$. Lentila $L1$ transforma Fourier fascicolul, unde profilul intensității prezintă un profil tipic de intensitate de tip inel. Fascicolul vortex polarizat uniform rezultat este apoi mărit și colimat cu ajutorul unui telescop format din lentilele $L2$ și $L3$. Ulterior, fascicolul iluminează VBS, rezultând o suprapunere de fascicule vortex. Ponderea fiecărui mod vortex depinde de grosimea cristalului și de polarizarea fascicolului laser de intrare, care este controlată de PCS. Pentru a investiga starea de polarizare a fasciculelor generate, distribuțiile de intensitate ale fasciculelor au fost vizualizate în planul focal al lentilei $L4$ cu ajutorul unei camere CMOS. PAS a fost utilizat pentru a determina

starea de polarizare a fascicolului folosind mai multe profiluri de intensitate dobândite experimental, utilizând procedeul prezentat în [54].

Pentru modelarea teoretică a sistemului, lamele de undă, inclusiv VHP, au fost modelate cu ajutorul matricelor Jones. Propagarea fascicolului prin sistem a fost calculată utilizând o combinație de integrale Fresnel pentru câmp îndepărtat și Spectrum of Plane-Waves pentru câmp apropiat. Propagarea fascicolului prin elementele optice a fost evaluată numeric cu ajutorul opticii geometrice. Pentru a determina propagarea fascicolului către planul focal al lentilei L4, se utilizează o integrală de difracție Debye-Wolf generalizată.

Vârful rotunjit al primului axicon inclus în VBS va produce aberații în partea centrală a fascicolului până la o distanță de 1 mm de axa optică, prin urmare a fost necesar un fascicul rezonabil de mare incident pe acesta. Din acest motiv, fasciculul provenit de la oscilator, este mărit cu ajutorul lentilelor L2 și L3. Pe de altă parte, diametrul fascicolului laser emis de sistemul laser de mare putere este de 12 mm, suficient de mare pentru a nu fi afectat de vârful axiconului, motiv pentru care lentilele au fost eliminate atunci când a fost utilizat acest fascicul.

Cristalele de safir incluse în VBS au fost procurate cu valori ale grosimii care optimizează eficiența conversiei polarizării de 50% (2.65 mm) și 100% (5.3 mm). Măsurătorile ulterioare au evidențiat o ușoară abatere de grosime de 0.1 mm.

Compoziția modală a fasciculelor vectoriale generate de sistemul ilustrat în **FIG. 21** este influențată de starea de polarizare a fascicolului incident pe cristal, controlată de PCS.

Un QWP convertește fasciculele polarizate liniar în fascicule polarizate circular sau eliptic, în timp ce un HWP este utilizat pentru a roti polarizarea. Prin ajustarea acestor parametri, adică a unghiurilor de rotație ale QWP și HWP, se permite manipularea ponderii și a fazei fiecărui mod de polarizare constitutiv, ceea ce permite controlul asupra distribuției în planul focal. Fiecare VB poate fi vizualizat pe sfera Poincaré, unde parametrii Stokes S_1 , S_2 și S_3 caracterizează starea de polarizare a fascicolului incident pe cristallul uniaxial. Modurile ortogonale sunt poziționate la capetele opuse ale diametrului. Modurile care apar de-a lungul ecuatorului corespund unor fascicule de intrare polarizate liniar înainte de VBS. Fasciculele polarizate eliptic produc fascicule vectoriale cu configurații intermediare.

Am analizat conversia de polarizare folosind un cristal de safir cu grosimea de 5.44 mm și un fascicul Gaussian. Eficiența conversiei polarizării este aproape 100%, realizând o suprapunere de moduri vortex cu sarcini topologice $m = \pm 2$. Aceste fascicule vortex sunt generate cu lumină incidentă polarizată circular. Pentru fascicol inițial cu polarizare liniară, fasciculul rezultat prezintă o stare de polarizare liniară variabilă în spațiu.

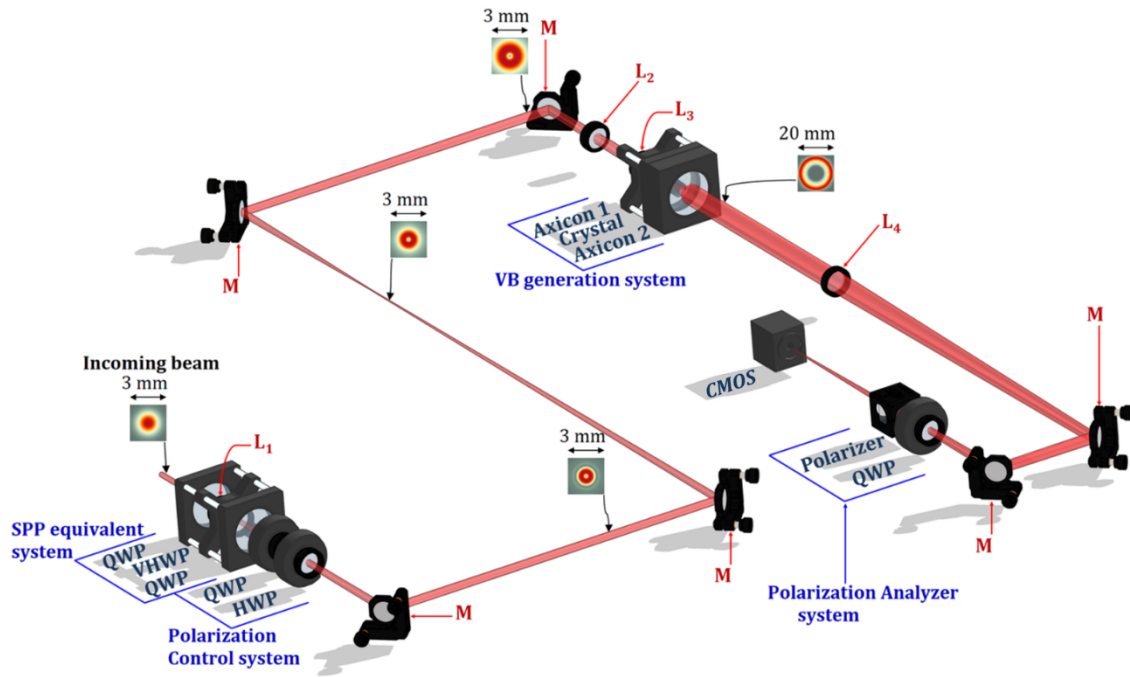


FIG. 21. Configurația experimentală cuprinde patru părți principale: un sistem echivalent SPP format din două plăci cu un sfert de undă - QWP și o lamă semi-undă vortex - VHW; un sistem de control al polarizării format dintr-o lamă sfert de undă - QWP și o lamă semi-undă - HWP; un sistem de generare a fascicolului Vortex Vector format din două lentile axicon din siliciu topit cu unghi fizic de 20° - Axicon 1 și Axicon 2 și un cristal uniaxial; și un sistem de analiză a polarizării alcătuit dintr-o lamă sfert de undă - QWP și un polarizor. Oglinzile M au fost utilizate pentru a direcționa fascicolul laser în întregul sistem optic până la camera video CMOS. L1, L2, L3, L4: lentilele utilizate în procesele de colimare și focalizare a fascicolului laser. Distanțele focale ale lentilelor sunt $f_1 = 1200$ mm, $f_2 = -75$ mm, $f_3 = 200$ mm, $f_4 = 1000$ mm. Distribuțiile transversale simulate ale fascicolului laser generat de oscilatorul Ti:Sapphire, utilizat în experimente, sunt indicate în diferite poziții ale instalației [46].

Dacă introducem SPPS în sistemul optic, generarea VB se realizează printr-o suprapunere a modurilor cu sarcini topologice $m = 1$ și $m = -3$, deoarece SPPS va scădea 1 din sarcina topologică a fiecărui mod care constituie fascicolul. Distribuțiile de intensitate și polarizare pentru fasciculele vectoriale generate sunt ilustrate în **FIG. 22a**. Ca și în cazul precedent, modurile vortex scalare sunt obținute pentru polarizarea circulară. Pentru o polarizare inițială circulară spre dreapta, sarcina topologică a fascicolului rezultat este 1 (**FIG. 22b** coloana I), dar pentru starea inițială de polarizare circulară spre stânga, s-a obținut $m = -3$ (**FIG. 22b** coloana II). Pentru starea inițială de

polarizare liniară se obține profilul și starea de polarizare prezentate în **FIG. 22b**, coloana III, aceasta fiind o superpoziție a modurilor $m = 1$ cu polarizare spre dreapta și $m = -3$ cu polarizare spre stânga.

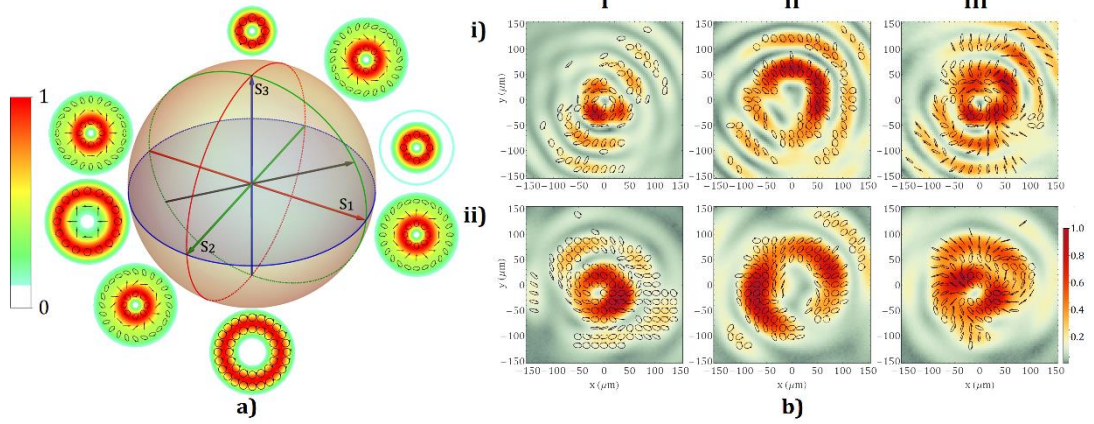


FIG. 22. Distribuțiile teoretice de intensitate și polarizare în plan transversal pentru VB cu $m = -1$ și 3 reprezentate pe sfera Poincaré (a). Starea de polarizare experimentală și distribuția intensității fasciculelor vectoriale scalare $m = -1$ (I), $m = 3$ (II) și suprapunerea acestora (III). Fascicol inițial produs de oscilator (i) și sistem laser de mare putere (ii) (b) [46].

Vom investiga în continuare un scenariu mai complex în care un fascicol Laguerre-Gauss este incident pe VBS care cuprinde un cristal de Safir cu grosimea de 2.72 mm. Pentru această valoare a grosimii cristalului, eficiența de conversie a polarizării este aproape $\eta = 50\%$ (**FIG. 23b**). Aceasta înseamnă că jumătate din energia fascicolului își păstrează starea inițială de polarizare și sarcina topologică $m = -1$, în timp ce cealaltă jumătate devine un amestec de moduri $m = 1$ și $m = -3$ cu stări de polarizare circulară spre stânga, respectiv spre dreapta. Cu toate acestea, proporțiile acestor două moduri vor fi determinate de starea de polarizare la intrare și pot fi chiar zero pentru anumite moduri în cazul polarizării circulare. Punctele focale prezentate în **FIG. 23** ilustrează rezultatele teoretice și experimentale obținute cu ajutorul unui fascicol produs de oscilator în coloanele (I) și (II) și de un sistem laser de mare putere în coloanele (III) și (IV).

Pe rândul (i), **FIG. 23**, sunt ilustrate profilul intensității și harta polarizării VB obținute prin suprapunerea modurilor $m = -1$ și -3 . Se poate spune că polarizarea urmează aceeași tendință ca în cazul cristalului de safir de 5.44 mm grosime, menționat mai sus. Singura diferență este dată de orientarea elipsei de polarizare care se rotește cu 2π pe un contur închis în jurul singularității pentru acest caz față de 4π pentru cazul prezentat în **FIG. 23**. Punctul focal prezintă un profil de intensitate de tip inel mai extins comparativ cu cel obținut prin suprapunerea a două moduri vortex conjugate complexe, $m = \pm 2$. VB cu $m = \pm 1$ afișat pe rândul (ii), are o distribuție a intensității de inel specifică sarcinii topologice. Starea de polarizare este liniară în toate punctele,

dar spre deosebire de cazul $m = \pm 2$, orientările elipsei sunt diferite, deoarece diferența de fază dintre modurile cu polarizare circulară spre dreapta și la stânga se modifică diferit cu unghiul azimutal pentru cele două cazuri. Pe rândul (iii) este evidențiat un punct focal care are o configurație cu doi lobi. VB generat este un amestec de patru moduri vortex. Vom avea două moduri cu $m = \pm 1$ cu polarizare circulară spre stânga și două moduri cu $m = -1$ and -3 cu polarizare circulară spre dreapta. O observație interesantă este pierderea simetriei circulare a distribuției de intensitate, cauzată de interferența dintre modul $m = -3$ și modul $m = -1$ deoarece stările lor de polarizare nu sunt ortogonale, iar modul $m = -3$ dobândește o cantitate suplimentară π de fază Gouy datorită propagării către planul focal. Pentru a ilustra efectul fazei Gouy, prezentăm mai jos un model matematic simplificat.

Vom considera că operatorul $\mathcal{U}$ care realizează propagarea unui fascicol prin cristal, acesta este aplicat asupra unei stări reprezentând fascicolul. Ne referim acum la situația în care eficiența de conversie este $\eta = 50\%$. Considerăm un fascicul inițial având o stare de polarizare diagonală identificat prin starea $|D\rangle$. The VHWP with $m = -1$ induce o fază spațială vortex $\exp(-i\theta)$. Astfel că fascicolul la ieșire (intrare în cristal) este $\exp(-i\theta)|D\rangle$. Exprimăm această operație în baza generată de stările de polarizare circulară spre dreapta/stânga pentru care se cunoaște acțiunea operatorului $\mathcal{U}$ este dată de matricea $\mathcal{U}$ din Eq. (4.9). Vom considera că operatorul $\mathcal{F}$ realizează propagarea fascicolului către planul focal. Deoarece nu suntem preocupați de profilul spațial al fascicolului și de modul în care acesta se modifică de la lentilă la planul focal, operatorul $\mathcal{F}$ adaugă doar cantitatea de fază Gouy în funcție de sarcina topologică a modului. Efectele operatorilor $\mathcal{U}$ și $\mathcal{F}$ asupra stărilor polarizate circular sunt exemplificate în (4.11). Propagarea prin restul sistemului este echivalentă pentru toate modurile, prin urmare nu va fi luată în considerare.

$$\begin{aligned} e^{-i\theta}|D\rangle &= e^{-i\theta}(|+\rangle + i|-\rangle)/\sqrt{2} \\ \mathcal{U}e^{im\theta}|\pm\rangle &= (e^{im\theta}|\pm\rangle + ie^{i(m\pm 2)\theta}|\mp\rangle)/\sqrt{2} \\ \mathcal{F}e^{im\theta}|\pm\rangle &= e^{im\theta + i\pi(|m|+1)/2}|\pm\rangle \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}e^{-i\theta}|D\rangle &= (|+\rangle + i|-\rangle)e^{2i\theta}/2 + i(|+\rangle e^{-2i\theta} + |-\rangle)e^{-i\theta}/2 \\ &= \{(e^{i\theta} - e^{-i\theta})e^{-2i\theta}|+\rangle + i(e^{i\theta} + e^{-i\theta})|-\rangle\}/2 \\ &= \sin\theta e^{-2i\theta}|+\rangle + \cos\theta|-\rangle \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\mathcal{U}e^{-i\theta}|D\rangle &= \mathcal{F}(|+\rangle e^{-i\theta} + i|-\rangle e^{i\theta})/2 + i\mathcal{F}(|+\rangle e^{-3i\theta} + |-\rangle e^{-i\theta})/2 \\ &= (|+\rangle e^{-i\theta} + i|-\rangle e^{i\theta})/2 + (|+\rangle e^{-3i\theta} + i|-\rangle e^{-i\theta})/2 \\ &= \cos\theta e^{-2i\theta}|+\rangle + i\cos\theta|-\rangle \end{aligned} \quad (4.13)$$

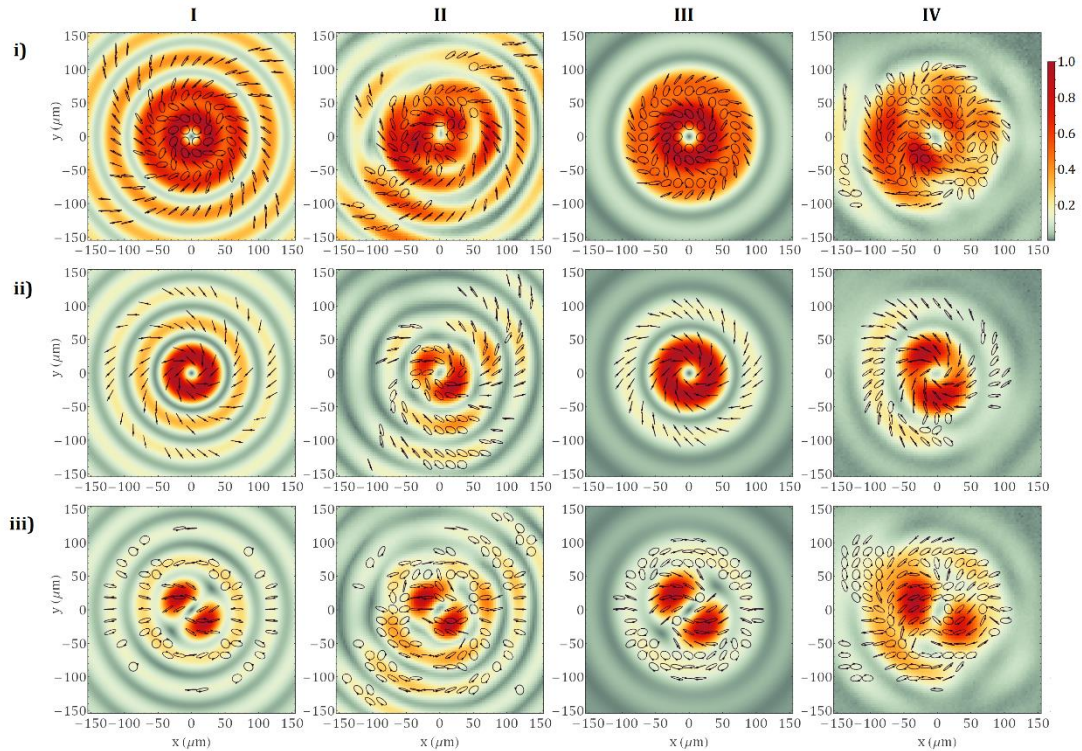


FIG. 23. Modelarea teoretică din coloana I și rezultatele experimentale din coloana II au fost obținute pentru un cristal de safir de 2.72 mm și un fascicul de intrare generat de oscilatorul laser. Pe ultimele două coloane, III și IV, sunt reprezentate rezultatele teoretice și experimentale ale sistemului laser de mare putere. Polarizarea fasciculului de intrare este circulară spre dreapta (i), circulară spre stânga (ii) și liniară (iii) [46].

După cum se deduce din ecuațiile (4.11) și (4.12), intensitatea fasciculului după trecerea prin cristalul uniaxial nu depinde de variabila azimutală θ , rezultând un fascicul cu simetrie circulară. Acest lucru poate fi verificat prin observarea unui profil de intensitate în plan transversal identic pentru toate modurile după cristal, prin calcularea valorii absolute la pătrat a stării rezultate conform Eq. (4.12). Pe de altă parte, intensitatea fasciculului vortex în planul focal, descrisă de ecuația (4.11), depinde de θ ca $\cos^2 \theta$, ceea ce implică faptul că faza π suplimentară dobândită de modul $m = -3$ este responsabilă de ruperea simetriei circulare. În plus, ecuația (4.11) nu include componenta longitudinală a câmpului, dar prezice o dependență azimutală $\cos^2 \theta$ a profilului de intensității în planul focal, arătând astfel că acest fenomen nu depinde de regimul de focalizare.

În concluzie, studiul nostru s-a concentrat pe examinarea intensității și stării de polarizare a fasciculelor vortex (VB) în planul focal al unei lentile. Am utilizat un cristal de safir plasat între două lentile axicon pentru a genera fasciculele în experimentul nostru. Prin ajustarea grosimii cristalului și a stării de polarizare a fasciculului laser de intrare, manipulăm compoziția modală

a fasciculului. Rezultatele demonstrează că imaginile de difracție pot fi modificate prin controlul polarizării fasciculului de intrare și sunt influențate de diferența de fază Gouy acumulată între modurile componente în timpul propagării către planul focal. Rezultatele experimentale se potrivesc cu simulările teoretice.

4.3 Sistem optic pentru generarea fasciculelor vectoriale

În această secțiune vom prezenta studiile teoretice privind un element optic original realizat dintr-un cristal uniaxial tăiat c și un sistem optic care utilizează acest element pentru a genera fascicule vectoriale cu profiluri de intensitate și stări de polarizare reglabile în planul focal al unei lentile. Suprafețele transparente ale elementului optic original au o formă asferică, semănând cu un con cu vârful rotunjit. Acest lucru îi permite să funcționeze într-o manieră echivalentă cu un întârziator de undă cu axa rapidă orientată radial față de axa optică. Vom arăta, utilizând integrala de difracție Debye-Wolf, că profilul de intensitate în planul focal se modifică în funcție de starea de polarizare a fasciculului de intrare elementul original, permițând astfel controlul profilului în planul focal, în acest mod, inclusiv generarea de profiluri de intensitate circulare nesimetrice, deși sistemul este circular simetric. Vom arăta că acest fenomen este cauzat de diferența de fază Gouy dobândită de unele dintre modurile vortex care compun fasciculul în timpul propagării către planul focal. Vom discuta două aplicații potențiale pentru sistemul propus: microscopia STED (Stimulated Emission Depletion) și prelucrarea materialelor cu laser. Forma pentru suprafețele transparente ale componentei originale este determinată și apoi ajustată folosind formula lentilelor asferice. Această secțiune se bazează în principal pe lucrarea [44] "A Method to Generate Vector Beams with Adjustable Amplitude in the Focal Plane," published in Appl. Sci. (2020) and the poster presentation "Generation of cylindrical vector beams with adjustable diffraction pattern in the focal plane," în Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (2020), poster JTU2F.10 [55].

Vor fi prezentate două versiuni ale sistemului. Prima dintre configurațiile optice propuse (denumită Variația 1) este compusă dintr-o lamă sfert de undă (QWP), o lamă jumătate de undă (HWP), un element optic original capabil să convertească un fascicul Gaussian într-un fascicul vectorial, denumit în continuare convertor de mod (MC), o placă de fază spirală (SPP), un rotator de polarizare (PR) și o lentilă de focalizare (L), toate elementele care modifică starea de polarizare fiind situate în drumul optic în această ordine. SPP poate fi amplasată indiferent de pozițiile celorlalte elemente. QWP este utilizat pentru a obține polarizarea circulară/eliptică, în timp ce HWP este utilizat pentru a roti planul de polarizare/elipsele de polarizare. Împreună, QWP și HWP transformă un fascicul polarizat liniar într-un fascicul cu orice stare de polarizare uniformă posibilă. PR este un element care rotește polarizarea fasciculului indiferent de starea sa inițială. Această versiune a sistemului propus este prezentată în **FIG. 24**. Variația 2 este mai puțin complexă, dar similară, SPP și HWP nu sunt necesare, iar caracteristicile elementelor MC sunt

ușor diferite. Deși fiecare aranjament este adaptat pentru o aplicație specifică, ambele sisteme se bazează pe aceleași principii, funcția fiecăruia va fi discutată în continuare.

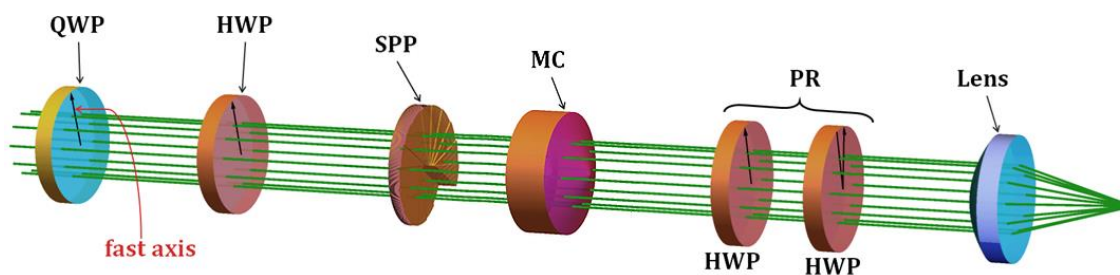


FIG. 24. Schema optică propusă pentru generarea fasciculelor vectoriale (varianta 1).

Variația 1 este concepută pentru a genera fascicule vectoriale (VB) cu polarizare azimutală/aproape azimutală în planul focal. Profilul punctului focal poate fi ajustat de la o formă de inel asociată cu polarizarea pur azimutală la o formă de inel extinsă, cu configurații intermediare care prezintă forme mai eliptice sau cu doi lobi. Acest fenomen este un rezultat al capacității MC de a influența modul transversal al fascicolului în mod diferit în funcție de starea sa de polarizare, acționând ca o lamă de undă cu axa rapidă (sau axa lentă, în funcție de materialul utilizat) orientată radial. Variația 2 este concepută pentru a produce un profil de intensitate care este aproape uniform în planul focal, în timp ce polarizarea este circulară în apropierea axei optice și radială în apropierea marginilor.

Function and design of the Mode Converter

MC este un cristal uniaxial cu suprafețe de formă conică aliniat cu axa cristalului de-a lungul axei de simetrie a sistemului. Caracteristicile MC, inclusiv grosimea cristalului (L) și unghiul fizic (α), vor fi alese pentru a funcționa ca o lamă sferică de undă cu o orientare radială a axei rapide, materialul de fabricație considerat fiind safirul ($n_o = 1.7601$, $n_e = 1.7522$). Secțiunea longitudinală a MC este reprezentată în **FIG. 25**. Pentru o descriere simplificată în acest moment, să considerăm că interfețele transparente sunt perfect conice. În această ipoteză, un fascicul colimat care este refractat prin prima interfață S1 se transformă într-un fascicul divergent cu un front de undă conic în interiorul componente. Un astfel de fascicul poate fi vizualizat ca o suprapunere conică de unde plane, fiecare înclinată față de axa optică cu același unghi și cu proiecția transversală a vectorului de direcție orientată radial de la axa optică. Ca urmare, toate undele plane vor avea același indice de refracție ordinar și extraordinar. În această configurație, direcția polarizării extraordinare este întotdeauna radială față de axa optică. Ca o consecință a acestei caracteristici, schimbarea polarizării este însoțită de conversia modului transversal în unul sau mai multe moduri vortex. Putem considera acest element ca o lamă de undă a cărei axă rapidă este orientată

radial, diferența de fază dintre undele ordinare și cele extraordinare depinzând însă de indicii de refracție și de înclinarea undelor plane (raze, dacă avem în vedere un model de raze) din interiorul componentei.

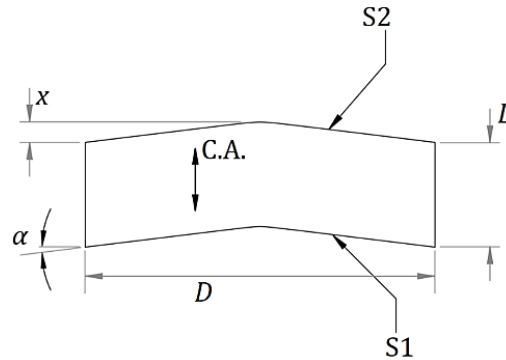


FIG. 25. Secțiune longitudinală prin componenta MC, indicând cele două interfețe transparente ale elementului; prima suprafață S1 și a doua suprafață S2, direcția axei cristalului (C.A.) este de-a lungul axei de simetrie a componentei.

Proiectarea inițială a MC este realizată folosind trasarea razelor prin simpla aplicare a legii refracției la interfața care separă aerul de un material uniaxial. Scopul este de a potrivi valoarea indicelui efectiv și grosimea cristalului pentru a obține funcția lamei de undă dorită, cum ar fi QWP în cazul variantei 1.

$$n_{air} \sin \alpha = n_o \sin(\alpha + \phi_o) = n'_e(\phi_e) \sin(\alpha + \phi_e) \quad (4.14)$$

ϕ_o și ϕ_e din Eq. (4.14) reprezintă unghiul de înclinare al razei ordinare respective extraordinare în materialul uniaxial în raport cu axa optică, având în vedere că o rază este inițial paralelă cu axa optică, atunci unghiul de incidență este unghiul fizic al suprafeței aproape conice S1 aproape de marginea aperturii, n_o și $n'_e(\phi_e)$ sunt indicii de refracție ordinar și extraordinar efectiv (indicele de refracție extraordinar este notat cu n_e). Indicele extraordinar efectiv este dat de formula bine cunoscută:

$$\left(\frac{1}{n'_e(\phi_e)} \right)^2 = \frac{\cos^2 \phi_e}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \phi_e}{n_e^2} \quad (4.15)$$

Ecuațiile (4.14) și (4.15) sunt cuplate pentru undele extraordinare, însă pot fi rezolvate iterativ presupunând inițial că $\phi_e \approx \phi_o$ și $n'_e(\phi_e) \approx n_o$. considerăm un câmp de intrare cu front de undă plan, ceea ce înseamnă că el poate fi reprezentat printr-un fascicul paralel de raze, incidente pe MC. Razele refractate intersectează axa optică și apoi se îndepărtează odată cu creșterea coordonatei z. Axa cristalului este aliniată paralel cu axa optică a sistemului, în timp ce direcția polarizării extraordinare este orientată radial, adică perpendicular pe axa cristalului și cuprinsă în planul format de axa cristalului și direcția razei, direcția polarizării ordinare este

perpendiculară pe același plan. Să observăm că aceste orientări ale stărilor de polarizare ordinare/extraordinare sunt posibile numai dacă ambele direcții se rotesc cu unghiul azimutal în jurul axei optice. Acțiunea MC asupra câmpului de intrare poate fi descrisă folosind matricea Jones $\mathbb{U}(\Phi) = \mathbb{M}(\theta)\mathbb{V}\mathbb{M}(-\theta)$, unde $\mathbb{M}$ este o matrice care schimbă baza din radială/azimutală în circulară, care este dată în Eq. (4.9), θ este unghiul de rotație în jurul axei optice, $\mathbb{V}$ este matricea Jones pentru MC în bază radială/azimutală și este întârzierea de fază între polarizările extraordinară și ordinară. În cazul unui front de undă perfect conic, această întârziere de fază este aceeași pentru toate razele. Această situație este extrem de similară cu cea prezentată în secțiunea anterioară, efectul unei versiuni ideale a MC (front de undă perfect conic) este dat de matricea Jones $\mathbb{U}(\Phi)$ Eq (4.9). Diferența față de situația prezentată în secțiunea anterioară este faptul că MC produce fascicolul cu front de undă conic, schimbă polarizarea și re-colimă fascicolul. Efectul MC asupra distribuției intensității este, de asemenea, diferit de cel produs de perechea axicon (a se vedea secțiunea anterioară). Diferența de fază Φ are o formulă diferită față de situația investigată în secțiunea anterioară, fiind dată de Eq (4.16).

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L \cos \alpha}{\cos(\alpha - \phi)} (n'_e(\phi) - n_o) \quad (4.16)$$

unde unghiul de înclinare al razelor din interiorul componentei ϕ poate fi scris ca:

$$\phi = \alpha - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_o}\right)$$

Parametrii de pornire pentru MC au fost calculați folosind ecuațiile menționate mai sus pentru un component biconic ideal cu un diametru de 1 inch, rezultatele sunt unghiul fizic $\alpha = 7^\circ$ și grosimea cristalului $L = 9$ mm ceea ce permite MC să funcționeze ca QWP. Am considerat un fascicul Gaussian de intrare cu diametrul de 16 mm, lungimea de undă $\lambda = 800$ nm. După cum am spus, prima suprafață S1 a MC trebuie să fie aproape conică pentru a produce un fascicul cu front de undă conic astfel ca conversia de polarizare să aibă loc, regiunea centrală a S1 are nevoie de o curbă suficient de mare pentru a fi practic realizabilă și, în cele din urmă, suprafața S2 trebuie să re-colimeze corect frontul de undă. Pentru producerea elementului MC, vârful feței convexe din spate a putut fi fabricat cu o ascuțime suficientă, însă fața frontală concavă nu poate fi produsă într-o formă conică fără a crea o regiune centrală ne-transmisivă cu o rază mai mare de 2 mm. O soluție alternativă a fost găsită prin implementarea unei forme conice (asferice) cu vârf rotunjit, cu o rază de curbură de 5 mm pe fața frontală și corectarea formei feței de ieșire a fascicolului, care va fi descrisă utilizând coeficienți asferici de ordin superior. Este demn de remarcat faptul că există în comerț lentile sferice concave cu rază de curbură mai mică de 5 mm. Gonzalez-Acuña and Guitiérrez-Vega [56] oferă o soluție pentru determinarea formei suprafeței de ieșire a fascicolului pentru un element optic având în vedere ecuația feței frontale, pentru ca

elementul să funcționeze ca un axicon care înclină razele la unghiul ϕ . În acest studiu, soluția menționată anterior a fost aplicată prin setarea $\phi = 0$ pentru a determina forma suprafeței de ieșire a fascicolului pentru MC.

Pentru razele care se deplasează în apropierea axei optice, diferența de fază Φ este mai mică deoarece înclinarea acestor raze față de axa optică este, de asemenea, mai mică și, în consecință, valoarea indicelui de refracție extraordinar efectiv este mai apropiată de valoarea indicelui ordinar. Efectul de conversie a polarizării nu va fi obținut pe deplin pentru regiunea fascicolului apropiată de axa optică. În schimb, variația 2 necesită prezența unui mod fără sarcină topologică pentru producerea unui profil top-hat. Variația 2 a acestui sistem este concepută pentru a produce un punct circular aproape uniform. Este similar cu variația 1A, deși SPP nu este prezent. Fără SPP, fascicolul rămâne o suprapunere între un fascicul vortex cu sarcina topologică $m = 2$ și un fascicul obișnuit. În planul focal, fascicolul non-vortex va ilumina regiunea întunecată centrală a fascicolului vortex. Dacă energia conținută în fiecare mod ar fi egală, atunci spotul focal vortex ar fi mult mai puțin intens, deoarece energia ar fi distribuită pe o suprafață mai mare. Prin urmare, se pare că se poate produce un punct focal iluminat mai uniform dacă energia conținută în modul vortex este crescută. Prin creșterea lungimii cristalului sau a unghiului fizic al suprafeței conice, eficiența conversiei modului ar putea fi de aproximativ 80%, ceea ce face ca spotul focal să devină top-hat. Un MC cu un vârf ascuțit nu este realizabil fizic. Prin urmare, am proiectat un MC cu un vârf rotunjit extins a cărui formă tinde să fie conică în apropierea marginilor.

Propagarea fascicolului prin sistem

Fascicolul trece mai întâi prin QWP, care este orientat la un unghi de φ față de direcția orizontală (axa de referință x). Ulterior, fascicolul întâlnește HWP, orientat cu axa sa rapidă rotită cu unghiul γ față de axa de referință. În acest moment, starea de polarizare a fascicolului este uniformă în întreaga deschidere și poate fi de orice tip și orientare (controlată de QWP și HWP). Fascicolul trece apoi prin MC și ulterior prin SPP, caracterizat de o sarcină topologică de -1 . Fascicolul trece apoi prin PR, format din două HWP adiacente ale căror axe rapide se intersectează la $22,5^\circ$, rotindu-se în continuare starea de polarizare cu 45° . Fascicolul este apoi focalizat cu ajutorul unei lentile asferice. Să considerăm un fascicul vortex $m = -1$ cu polarizare circulară spre dreapta care intră pe elementul MC. Fascicolul rezultat este descris ca o superpoziție a unui mod vortex cu o sarcină topologică de $+1$ și polarizare circulară spre stânga și a unui alt fascicul vortex $m = -1$ cu polarizare circulară spre dreapta. Suprapunerea acestor moduri a generat un fascicul vectorial care este caracterizat de o stare de polarizare cu direcția de polarizare rotită cu 45° în sensul acelor de ceasornic față de direcția radială. Rotatorul de

polarizare rotește planul de polarizare cu 45° în sensul acelor de ceasornic, indiferent de orientarea la intrare, producând astfel fascicolul polarizat azimutal. Această configurație în care axele rapide ale QWP și HWP au orientări particulare în raport cu polarizarea fascicolului de intrare, astfel încât starea de polarizare rezultată a fascicolului incident pe MC este circulară spre dreapta, este denumită variația 1A. Pornind de la variația 1A, o rotație de 90° a lamei sfert de undă (QWP) are ca rezultat un fascicul cu polarizare circulară spre stânga incident pe elementul MC, rezultând în final un fascicul vectorial compus dintr-un mod vortex -3 cu polarizare circulară spre dreapta și un mod vortex -1 cu polarizare circulară spre stânga, în ansamblu cu polarizare radială după elementul PR. Aceasta va fi denumită variația 1C. Intermediară între aceste două configurații este variația 1B cu polarizare liniară de intrare pe MC. Vectorul Jones pentru câmpul din planul elementului de focalizare a fost dat în ecuația (4.17) și a fost particularizat pentru variațiile 1A și 1C folosind polarizări verticale/orizontale și circulare.

$$\mathbf{V}_{lens} = e^{-i\theta} \mathbf{R}(-45^\circ) \mathbf{B} \mathbf{U}(\delta) \mathbf{B}^{-1} \mathbf{J}_{HWP}(\gamma) \mathbf{J}_{QWP}(\varphi) \mathbf{V}_{in} = \mathbf{K}(\delta) \mathbf{J}_{HWP}(\gamma) \mathbf{J}_{QWP}(\varphi) \mathbf{V}_{in}. \quad (4.17)$$

Unghiurile γ și φ dau orientarea axei rapide a HWP și QWP în raport cu axa orizontală. Matricea $\mathbf{B}$ face conversia de la polarizare circulară spre polarizare liniară.

$$\mathbf{K}(\delta) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta & -ie^{-2i\theta} \sin \delta \\ -ie^{2i\theta} \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\theta} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{lens} = \mathbf{K}(45^\circ) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}(45^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{lens} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} e^{-i\theta} \\ -e^{i\theta} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{lens} = \mathbf{K}(45^\circ) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}(45^\circ) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} e^{-2i\theta}, \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{lens} = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} e^{-2i\theta} \propto \begin{bmatrix} e^{-3i\theta} \\ e^{-i\theta} \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Pentru a simula sistemul optic, am utilizat metoda SPW pentru propagarea între SPP și MC iar pentru secțiunea dintre fața frontală a MC și fața posterioară a obiectivului, am folosit optica geometrică. Această abordare ne-a permis să evaluăm aberațiile frontului de undă și să optimizăm formele asferice ale interfețelor MC. Am utilizat integrala de difracție Debye-Wolf pentru a calcula punctul focal. Pentru a distinge între efectul focalizării și alte efecte, am testat două lentile asferice diferite cu aperturi numerice (NA) de 0,21 (asferă cu NA scăzut) și 0,47 (asferă cu NA ridicat).

Profilul de intensitate al fascicolului înainte și după convertorul de mod pentru variația 1 a sistemului este ilustrat în **FIG. 26a**, unde culorile roșu și albastru corespund profilurilor înainte și după MC, iar curba cu verde reprezintă eficiența de conversie în funcție de coordonata de intrare a razei. Fascicolul incident pe MC este de tip vortex datorită prezenței SPP-ului situat cu 1 metru înainte. Eficiența de conversie este apropiată de 50%, cu excepția regiunii centrale, unde se apropie de zero.

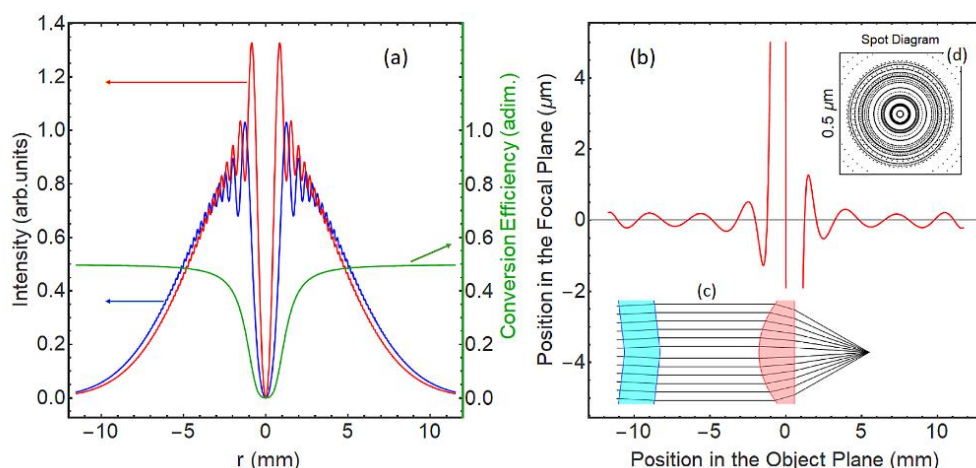


FIG. 26. Profilul de intensitate înainte de convertorul de mod (MC) este prezentat în roșu, profilul de intensitate după MC este prezentat în albastru, iar eficiența de conversie este prezentată în verde (a); diagrama ray-fan este prezentată în roșu (b); MC și lentila asferică, cu ray-tracing, în secțiune longitudinală (c); intersecția razelor cu planul focal (d).

O diagramă ray-fan (coordonata intersecției razei în planul focal vs coordonata intersecției cu planul inițial) este prezentată în **FIG. 26b**. **FIG. 26c** prezintă secțiunea longitudinală a MC pentru variația 1, care prezintă o asferă cu apertură numerică mare, iar în **FIG. 26d** prezintă diagrama intersecției razelor cu planul focal, care arată că punctul focal calculat geometric este mai mic decât lungimea de undă, indicând astfel că sistemul este aproape limitat de difracție.

Spotul focal polarizat azimutal caracteristic pentru variația 1A este prezentat în **FIG. 27b**, în timp ce o comparație cu un spot focal polarizat radial este prezentată în **FIG. 27a**. În ambele scenarii, starea de polarizare rămâne neschimbată după rotorul de polarizare (PR) și în planul focal, deoarece fascicolul este o suprapunere a două fascicule elicoidale cu sarcină topologică $+1$ și -1 , ambele cu stări de polarizare circulare ortogonală. Profilul de intensitate în planul focal al fascicolului cu polarizare azimutală (variația 1A) este în concordanță cu cel al unui fascicul utilizat pentru microscopia STED, deoarece prezintă intensitate zero pe axa optică. Pe de altă parte, spotul focal polarizat radial are o intensitate diferită de zero pe axa optică, ceea ce este un semn distinctiv al focalizării cu NA mare, după cum s-a menționat anterior în referința [57].

Prezența unui câmp electric longitudinal pe axa optică pentru fasciculele elicoidale polarizate radial a fost, de asemenea, demonstrată experimental în referința [58]. Acest lucru sugerează că, prin utilizarea unui obiectiv cu 0,47 NA, sistemul funcționează aproape de regimul de focalizare puternică, iar o intensitate diferită de zero pe axa optică pentru variația 1B și 1C ar confirma acest efect. În cele din urmă, ar trebui să fie posibil să se determine dacă punctul focal generat de variația 1B sau 1C este adecvat pentru microscopia STED.

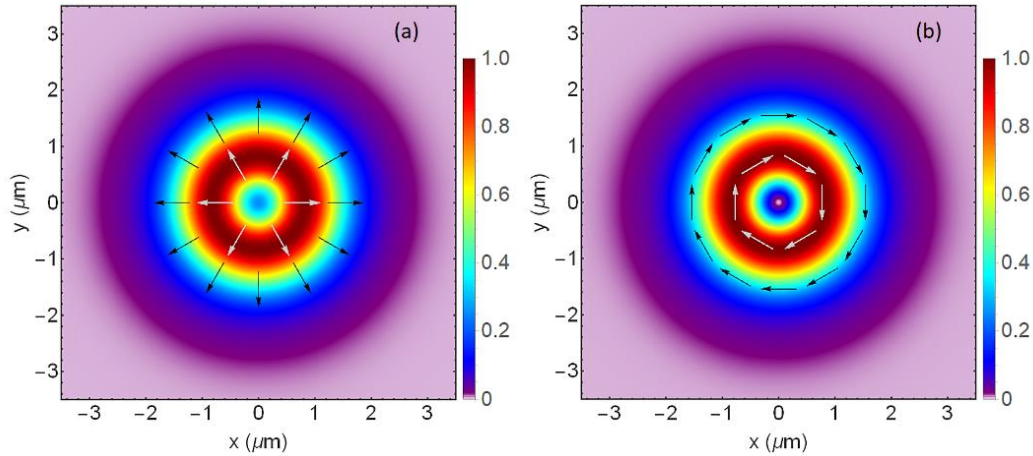


FIG. 27. Punct focal polarizat radial (a); punct focal polarizat azimutal, generat de variația 1A (b).

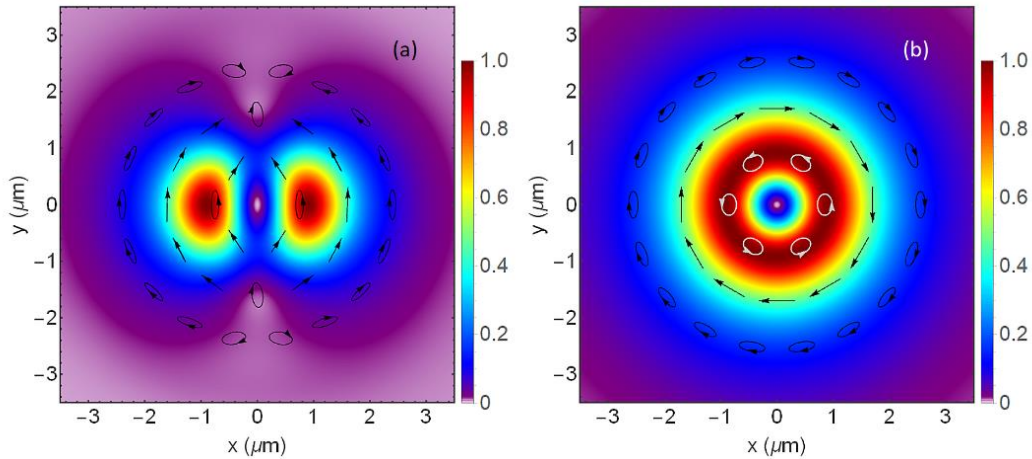


FIG. 28. Punct focal generat de variația 1B (a); punct focal generat de variația 1C (b).

Profilurile de intensitate simulate pentru punctele focale pentru variația 1B și variația 1C, utilizând același element de focalizare, sunt prezentate în **FIG. 28a** și **FIG. 28b**. În aceste figuri, este afișată și starea de polarizare. Observația din **FIG. 28** arată că, la o distanță de aproximativ 2 μm de axa optică, polarizarea devine azimutală. Acest rezultat este surprinzător având în vedere că, după trecerea prin rotatorul de polarizare, polarizarea pentru variația 1C este radială (așa cum este descris în ecuațiile (4.20) și (4.21)). Această alterare a stării de polarizare poate fi

atribuită defazajului Gouy [59], care are un efect diferit asupra modului cu sarcina topologică -3. Atât Variația 1B, cât și Variația 1C prezintă un punct focal cu polarizare parțial azimutală și intensitate zero pe axa optică. Distincția dintre cele două configurații constă în simetria petei focale, Variația 1B producând un punct focal fără simetrie circulară, în timp ce Variația 1C generează un punct focal cu simetrie circulară. Focarul produs de variația 1A este, de asemenea, simetric circular, dar mai puțin extins decât focarul produs de variația 1C.

Câmpul electric complex al unui mod Gauss-Laguerre paraxial este descris de ecuația (4.22). Termenul de fază Gouy, $\psi_{p\ell}(z) = (2p + |\ell| + 1) \arctan(z \lambda / (\pi w^2_0))$ este singura componentă de fază dependentă de coordonata z care variază între moduri cu indici diferiți. Stabilind planul focal ca origine, faza Gouy în planul lentilei poate fi determinată folosind expresia din ecuația (4.23). Celelalte notații sunt următoarele: $w(z)$ este semidiametrul fascicolului dependent de z , $q(z)$ este parametrul complex al fascicolului, iar $L_p^{|\ell|}$ este polinomul Laguerre generalizat.

$$E(\mathbf{r}, z) = \frac{w_0}{w(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|} \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left(-i \frac{k_0 r^2}{2q(z)} + i k_0 z + i \ell \theta + i \psi_{p\ell}(z) \right). \quad (4.22)$$

$$\psi_{lens} = -\frac{\pi}{2} (2p + |\ell| + 1). \quad (4.23)$$

Modul cu indice elicoidal -3 dobândește o fază π față de modurile cu indice elicoidal -1, ceea ce justifică o schimbare de semn în vectorul Jones, așa cum se face în ecuațiile (4.26) și (4.27).

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{afterHWP} = \left((1+i) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + (1-i) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right) e^{-i\theta}. \quad (4.24)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{lens} = \begin{bmatrix} e^{-i\theta} \\ -e^{i\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e^{-3i\theta} \\ e^{-i\theta} \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} i e^{-2i\theta} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{focus} = \begin{bmatrix} e^{-i\theta} \\ -e^{i\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -e^{-3i\theta} \\ e^{-i\theta} \end{bmatrix} \propto \cos \theta \begin{bmatrix} e^{-2i\theta} \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{focus} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2i\theta} \cos \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} \propto e^{-i\theta} \cos \theta \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Ecuațiile (4.24) – (4.27) descriu fascicolul produs de variația 1B, prezentat în FIG. 43a folosind vectorii Jones. Pentru această analiză, am considerat un MC ideal, un fascicul incident (înainte de QWP) cu polarizare diagonală (1, 1). Eq. (4.24) reprezintă starea de polarizare după HWP (înainte de MC), considerând HWP orientată cu axa rapidă de-a lungul lui x și QWP orientată la 45° , ca o suprapunere de moduri polarizate circular dreapta/stânga. Vectorul Jones

pentru fascicul în planul lentilei este dat în ecuația (4.25), în timp ce ecuațiile (4.26) și (4.27) descriu starea polarizării în planul focal. Observăm că dependența $\cos \theta$ a amplitudinii câmpului complex, precum și starea de polarizare aproape azimutală în planul focal, pot fi atribuite unei schimbări de semn în vectorul Jones pentru modul cu sarcină topologică -3. Polarizarea nu este perfect liniară cu orientarea azimutală deoarece modurile nu au același profil de amplitudine. Polarizarea este liniară numai în regiunea în care amplitudinea modului cu sarcina topologică -3 este egală cu amplitudinea modului cu sarcina topologică -1. Această afirmație este valabilă și pentru spotul produs de variația 1C, reprezentată în FIG. 43b.

Explorăm scenariul în care QWP și HWP sunt rotite împreună în aceeași direcție, unghiul de rotație φ al QWP fiind dublu față de cel al HWP ($\varphi = 2\gamma$). Vectorul Jones pentru fascicul după HWP este prezentat în (4.28) ca o suprapunere între modurile polarizate circular dreapta și stânga, unde influența fiecărui mod este guvernată de unghiul de rotație φ al QWP. În consecință, fasciculul din planul lentilei (expresie dată în Eq. (4.29)) este descris ca suma unui fascicul polarizat azimutal cu moment cinetic orbital zero și a unui fascicul polarizat radial cu moment cinetic diferit de zero. Pentru a ține seama de schimbarea polarizării la propagarea către planul focal, includem semnul minus pentru modul de compunere cu sarcina topologică -3. Starea de polarizare rezultată în planul focal este descrisă de Eq. (4.30) și Eq. (4.31).

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{\text{afterHWP}} = \left(\sin \varphi \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \cos \varphi \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right) e^{-i\theta}. \quad (4.28)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{\text{lens}} = i \sin \varphi \begin{bmatrix} e^{-i\theta} \\ -e^{i\theta} \end{bmatrix} + \cos \varphi \begin{bmatrix} e^{-3i\theta} \\ e^{-i\theta} \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} e^{-2i\theta} (i e^{i\theta} \sin \varphi + e^{-i\theta} \cos \varphi) \\ -i e^{i\theta} \sin \varphi + e^{-i\theta} \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix}_{\text{focus}} = i \sin \varphi \begin{bmatrix} e^{-i\theta} \\ -e^{i\theta} \end{bmatrix} + \cos \varphi \begin{bmatrix} -e^{-3i\theta} \\ e^{-i\theta} \end{bmatrix} \propto (i e^{i\theta} \sin \varphi - e^{-i\theta} \cos \varphi) \begin{bmatrix} e^{-2i\theta} \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}_{\text{focus}} = (i e^{i\theta} \sin \varphi - e^{-i\theta} \cos \varphi) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Pentru simulările prezentate în FIG. 29, considerăm ca element de focalizare lentila asferică cu NA scăzută, cu o distanță focală de 46 mm și o apertură clară de 23 mm în diametru. Este evident din FIG. 29 că mecanismul responsabil pentru generarea spotului focal circular asimetric nu poate fi atribuit focalizării puternice (prezența componentei E_z), deoarece profilele de intensitate corespund îndeaproape celor din simulările care utilizează un element de focalizare cu NA mai mare.

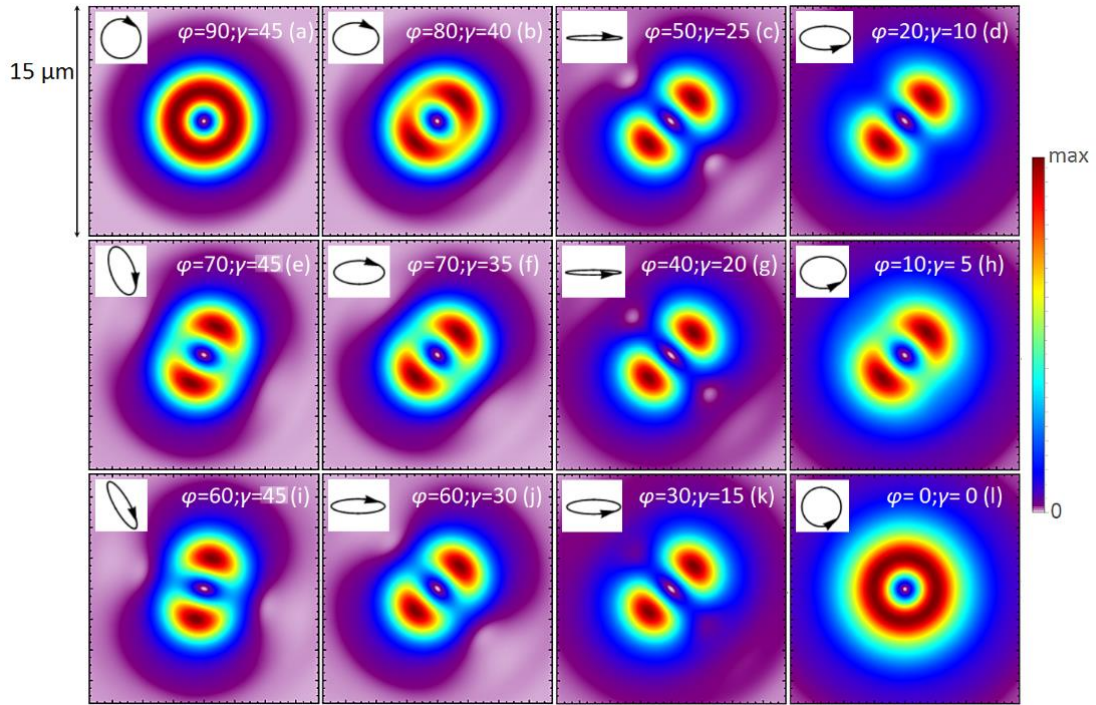


FIG. 29. Profilurile de intensitate în planul focal pentru varianta 1 a sistemului, utilizând lentila asferică cu deschidere numerică mai mică. Sunt prezentate profilurile pentru variația 1A (a), variația 1C (l) și configurațiile intermediare (b-k).

În **FIG. 29a-d, f-h, j-l**, este reprezentată tranziția între variația 1A și 1C a sistemului care rezultă din rotația în sensul acelor de ceasornic a QWP cu 10° și rotația în sensul acelor de ceasornic a HWP cu 5° , ceea ce înseamnă $\varphi = 2\gamma$; cazurile $\varphi = 70^\circ$, $\gamma = 45^\circ$ și $\varphi = 60^\circ$, $\gamma = 45^\circ$ sunt reprezentate în **FIG. 29e,i**, respectiv. Rotirea HWP este necesară pentru a păstra orientarea în planul focal și poate fi utilizată pentru a controla în continuare orientarea, ceea ce poate fi observat din faptul că **FIG. 29e** nu are aceeași orientare ca **FIG. 29f**, în timp ce **FIG. 29i** nu are aceeași orientare ca **FIG. 29j**. Putem vedea cum starea de polarizare a fascicolului înainte de MC (reprezentată prin elipse negre) afectează punctul focal. Rezultatele din **FIG. 29** sunt bine explicate prin ecuația (4.31).

În **FIG. 30**, este prezentat punctul focal produs de varianta 2 a sistemului optic propus aici. Dispunerea optică este similară cu dispunerea pentru variația 1A, cu excepția faptului că MC are caracteristici ușor diferite și SPP nu este prezent. Spre deosebire de variația 1A, fascicolul este compus dintr-un mod vortex -2 cu polarizare circulară spre stângă și un mod non-vortex cu polarizare circulară spre dreaptă, în timp ce eficiența conversiei modurilor este stabilită la aproximativ 80%. Profilul top-hat menține pentru 5-10 μm . Starea de polarizare este circulară în apropierea axei optice. După cum se menționează în referința [30], polarizarea radială prezintă avantaje pentru prelucrarea cu laser Si/SiO₂.

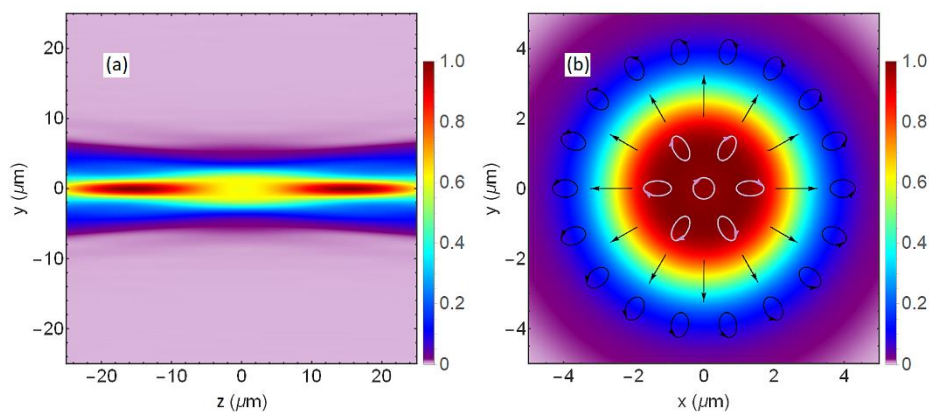


FIG. 30. Profilul intensității în apropierea planului focal pentru varianta 2 a sistemului care utilizează lentila asferică cu deschidere numerică mai mică (a); profilul intensității în planul focal și starea polarizării (b).

Stările de polarizare ale fascicolului după fiecare componentă optică și pentru fiecare variație a sistemului (1A, 1B, 1C și 2) sunt prezentate în **FIG. 31**. Variația 2 reprezintă configurația sistemului menită să genereze fascicule top-hat. Prima stare de polarizare prezentată este după QWP. Este important de observat că MC diferă între variația 2 și variațiile 1A, 1B și 1C. În plus, HWP afectează semnificativ doar variația 1B, unde rotește modelul de difracție. În variația 2, starea polarizării de-a lungul axei optice rămâne constantă în întregul sistem.

Aici, discutăm utilitatea potențială a acestui sistem pentru microscopia STED. Rezoluția în microscopia STED este dată de calitatea fasciculelor utilizate, de proprietățile acestora și de capacitatea de a detecta tot mai puțini fotoni. Nu există o limită fundamentală pentru cât de mică ar putea fi PSF (point spread function), ca în cazul unui microscop confocal. Aici sunt abordate două provocări principale. În primul rând, aberațiile optice pot duce la defocalizarea fascicolului de pompaj sau pot face ca cele două fascicule să nu fie perfect coliniare. În ambele scenarii, fascicolul de pompaj ar putea ilumina regiuni care nu sunt afectate de fascicolul de epuizare, rezultând o fluorescență neintenționată care degradează rezoluția. Spotul extins ilustrat în **FIG. 28b** abordează această problemă prin acoperirea unei zone mai mari, menținând în același timp aceeași regiune întunecată în centrul său, minimizând astfel șansele de fluorescență neintenționată. În al doilea rând, raportul semnal-zgomot este esențial. Deoarece fluorescența provine dintr-un volum foarte mic, sunt emiși puțini fotoni, rezultând un semnal mai slab. În plus, prezența unui câmp electric longitudinal de-a lungul axei optice a fascicolului de epuizare poate diminua și mai mult semnalul [29]. Variația 1B și orice configurație intermediară între 1A și 1C pot fi utile pentru a crește raportul semnal-zgomot pentru scanarea de-a lungul unei linii. În timp ce configurațiile intermediare, de asemenea, nu prezintă un câmp electric longitudinal de-a lungul axei optice, regiunea întunecată devine eliptică. Acest lucru va reduce rezoluția într-o direcție, dar, în același timp, va permite producerea mai multor fotoni.

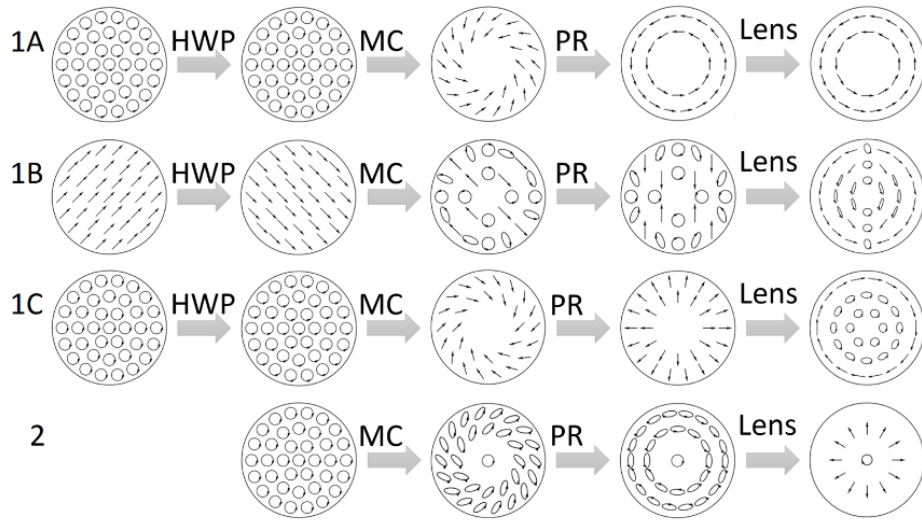


FIG. 31. Starea polarizării după fiecare componentă optică, pentru fiecare variație a sistemului [44].

O componentă optică MC similară celor proiectate aici s-ar putea dovedi valoroasă pentru generarea de fascicule elicoidale scalare cu sarcini topologice ± 2 în diverse aplicații, cu condiția ca parametrii să asigure o eficiență de conversie de 100%, asemănătoare unei HWP cu simetrie radială.

În concluzie, am prezentat o componentă optică concepută pentru generarea de fascicule vectoriale, denumită convertor de mod. Această componentă este realizată dintr-un cristal uniaxial tăiat c cu suprafețe de formă aproape conică. Convertorul de mod este integrat într-un sistem optic care cuprinde un QWP, un HWP, o placă de fază spirală un rotator de polarizare și un element de focalizare

Variația 1 a sistemului nostru optic este concepută pentru a genera fascicule adecvate pentru microscopia STED. Aceasta garantează că nu există câmp electric longitudinal de-a lungul axei optice, oferind un control precis asupra extinderii spațiale, formei focarului și orientării. În esență, sistemul nostru permite manipularea funcției de împrăștiere a punctului (PSF), îmbunătățind potențial rezoluția și raportul semnal-zgomot în aplicațiile de microscopie STED.

Variația 2 a sistemului este adaptată pentru a produce fascicule cu un profil cu profil aproape top-hat în planul focal. Această caracteristică este deosebit de avantajoasă pentru aplicațiile de prelucrare a materialelor.

Atunci când fasciculele optice produse de acest sistem sunt focalizate, se observă un fenomen interesant. Simulările arată că, în cazul unei stări de polarizare liniară de intrare pe MC, punctul focal își pierde simetria circulară și devine eliptic. Acest efect este atribuit diferenței de fază Gouy acumulată de componenta câmpului laser cu sarcină topologică -3 în timpul propagării către planul focal.

5 Anexa

Următoarele secțiuni ale tezei oferă materiale suplimentare detaliate la care se face referire pe parcursul tezei, dar care nu sunt incluse în acest rezumat:

Annex 1. Demonstrarea integralei Rayleigh-Sommerfeld

**Annex 2. Demonstrarea integralei generalizate Debye folosind aproximația fazelor
staționare**

Annex 3. Determinarea poziției planului focal folosind raze

Annex 4. Diverse identități matematice

6 Concluzii generale și contribuții originale

Această teză prezintă rezultatele cercetărilor autorului privind generarea fasciculelor vortex și vectoriale, propagarea și focalizarea acestora, precum și un program de simulare optică și de analiză a sistemelor optice. Acest program include mai multe funcții specializate atât pentru propagarea undelor, cât și pentru proiectare, acoperind o gamă largă de situații. Teza începe cu o prezentare riguroasă a matematicii propagării câmpurilor electromagnetice în medii omogene. Se descriu ecuațiile pentru metode bine cunoscute, cum ar fi integrala de difracție Fresnel, precum și metode noi, cum ar fi semi-analythical Spectrum of Plane Waves [18] (SASPW). În secțiunea următoare se demonstrează ecuațiile opticii geometrice pornind de la ecuațiile Maxwell, arătând conexiunea dintre diferite mărimi specifice opticii geometrice, cum ar fi densitatea razelor, și amplitudinea complexă a câmpului electric. Teza descrie și implementarea numerică a acestor ecuații, aceasta constituind baza unui program de modelare a propagării undelor.

Secțiunile teoretice și implementarea numerică (secțiunile 2 și 3) prezintă unele elemente noi. Este furnizată o demonstrație diferită pentru integrala Debye generalizată, rezultând o formulă ușor diferită. Atât această formulă, cât și cea prezentată în referința [17] au integrala de difracție Debye-Wolf ca un caz special. Un alt element de noutate se găsește în implementarea numerică a aceleiași formule. Spre deosebire de [17], unde pentru calculul integralei sunt necesare derivatele fazei fascicolului, în această lucrare se utilizează numai mărimi determinate prin trasarea de raze, evitând sarcina dificilă de a calcula derivate parțiale ale fazei.

Secțiunea dedicată aplicațiilor tratează fasciculele vortex și generarea acestora cu ajutorul elementelor optice difractive (secțiunea 4.1), conversia polarizării în cristale uniaxiale și generarea fasciculelor vectoriale (secțiunea 4.2), precum și generarea fasciculelor vectoriale cu ajutorul unui element optic original cu suprafețe conice realizat dintr-un cristal uniaxial (secțiunea 4.3). Fiecare secțiune corespunde unei lucrări de cercetare publicate de autor.

În secțiunea 4.1, a fost studiat figura de difracție în câmp îndepărtat produsă prin iluminarea cu diferite lungimi de undă a unui element optic difractiv (placă de fază spirală) menit să producă fascicule vortex. Funcția de transmisie a elementului difractiv a fost scrisă ca o serie Fourier, fiecare termen dând naștere unui mod vortex. Figura de difracție a fost explicată ca o suprapunere a modurilor vortex componente. Sarcina topologică a elementului poate fi ușor dedusă din forma modelului de difracție.

În secțiunea 4.2, am analizat distribuția de intensitate și starea de polarizare a fasciculelor vectoriale și vortex în planul focal al unei lentile, generate folosind un cristal de safir poziționat între două lentile axicon. Sistemul transformă un fascicul optic cu polarizare uniformă într-o suprapunere de moduri vortex cu sarcini topologice diferite. Aceste moduri se propagă în lungul aceleiași axe și astfel generează fascicolul vectorial. Ajustarea stării inițiale de polarizare a fascicolului și datorită propagării către planul focal, a permis controlul profilului de intensitate prin controlul ponderii modurilor componente. Rezultatele experimentale corespund simulărilor teoretice.

Secțiunea 4.3 prezintă un element optic original, denumit convertor de mod (MC), proiectat pentru generarea de fascicule vectoriale. Acest element, realizat dintr-un cristal uniaxial tăiat (axa de anizotropie este paralelă cu axa optică a fascicolului) cu suprafețe de formă aproape conică, este integrată într-un sistem optic care cuprinde o lamă sferică de undă, o lamă semi-undă, o placă de fază spirală, un rotator de polarizare și un element de focalizare.

Prima variație a sistemului optic ar putea fi avantajoasă pentru aplicațiile de microscopie STED, oferind un control precis asupra formei, orientării și extinderii spațiale a fascicolului de epuizare (depletion beam), permițând astfel manipularea PSF (point spread function). Acest lucru are potențialul de a îmbunătăți rezoluția și raportul semnal-zgomot al acestor sisteme. O a doua variantă a sistemului, cu caracteristici ușor diferite ale convertorului de mod, poate fi utilizată pentru generarea de fascicule cu un profil top-hat în planul focal, cu potențiale aplicații în prelucrarea materialelor.

Un fenomen interesant în legătură cu sistemele optice descrise în secțiunile 4.2 și 4.3 este sesizat atunci când fasciculele optice produse sunt focalizate: simulările și rezultatele experimentale sugerează că, în cazul polarizării liniare la intrarea în sistem, punctul focal pierde simetria circulară, devenind eliptic cu doi lobi. Atribuim acest fenomen diferenței de fază Gouy acumulată de modul cu topologică -3 în timpul propagării către planul focal.

În concluzie, această teză contribuie la înțelegerea teoretică a propagării și focalizării fasciculelor vortex și vectoriale, oferind în același timp instrumente și metode practice pentru generarea și analizarea câmpurilor optice complexe.

Bibliografie

- [1]. P. Sumithra and D. Thiripurasundari, "Review on Computational Electromagnetics," *Advanced Electromagnetics*, vol. 6, no. 1, pp. 42–55, (2017).
- [2]. D. Mittleman, "Perspective: Terahertz science and technology," *Journal of Applied Physics*, vol. 122, no. 23, p. 230901, (2017).
- [3]. C. Zhou, "Chirped pulse amplification: review and prospective from diffractive optics [Invited]," *Chin. Opt. Lett.* 18, 110502- (2020).
- [4]. A. Forbes, M. de Oliveira, and M. R. Dennis, "Structured light," *Nature Photonics*, vol. 15, no. 4, pp. 253–262, (2021).
- [5]. Y. Bai, H. Lv, X. Fu, and Y. Yang, "Vortex beam: generation and detection of orbital angular momentum [Invited]," *Chinese Optics Letters*, vol. 20, no. 1, p. 012601, (2022).
- [6]. Q. Zhan, "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications," *Advances in Optics and Photonics*, vol. 1, pp. 1-57, (2009).
- [7]. Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 14.0, Champaign, IL (2024).
- [8]. Barnhart Optical Research LLC, *Optica Software*, Version 3, Urbana, IL.
- [9]. J. Li, Y. Wu, and Y. Li, "Chapter 3 - Common Diffraction Integral Calculation Based on a Fast Fourier Transform Algorithm," in P. W. Hawkes (Ed.), *Advances in Imaging and Electron Physics*, vol. 164, Elsevier, pp. 257-302, (2010).
- [10]. Stuart A. Collins, "Lens-System Diffraction Integral Written in Terms of Matrix Optics*," *J. Opt. Soc. Am.* 60, 1168-1177 (1970)
- [11]. R. Wong, "Asymptotic approximations of integrals," 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, (2001).
- [12]. LightTrans International GmbH. *VirtualLab Fusion*
- [13]. J. Jackson, "Classical Electrodynamics," 3rd ed., Wiley, Berkeley, California, (1974).
- [14]. F. Wyrowski, H. Zhong, S. Zhang, and C. Hellmann, "Approximate solution of Maxwell's equations by geometrical optics," *Optical Systems Design 2015: Computational Optics*, (2015).
- [15]. G. Sherman, "Introduction to the angular-spectrum representation of optical fields," in *Applications of Mathematics in Modern Optics*, W. H. Carter (Ed.), *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* 358, pp. 31-38, (1982).
- [16]. B. Kress, and P. Meyrueis, "Appendix B: The Scalar Theory of Diffraction," in *Applied Digital Optics: From Micro-optics to Nanophotonics*, Wiley, pp. 587-595, (2009).
- [17]. Z. Wang, O. Baladron-Zorita, C. Hellmann, and F. Wyrowski, "Generalized Debye integral," *Optics Express*, vol. 28, pp. 24459-24470, (2020).
- [18]. Z. Wang, S. Zhang, O. Baladron-Zorita, C. Hellmann, and F. Wyrowski, "Application of the semi-analytical Fourier transform to electromagnetic modeling," *Optics Express*, vol. 27, pp. 15335-15350, (2019).
- [19]. R. Wong, "Asymptotic approximations of integrals," 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, (2001).
- [20]. S. Khonina, N. Kazanskiy, S. Karpeev, and M. Butt, "Bessel Beam: Significance and Applications - A Progressive Review," *Micromachines (Basel)*, vol. 11, no. 11, p. 997, (2020).
- [21]. Y. Zhang, H. Zhong, M. R. Belić, and Y. Zhang, "Guided self-accelerating Airy beams — a mini-review," *Appl. Sci.* 7, 341 (2017).

- [22]. S. Fürhapter, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Spiral interferometry," *Optics Letters*, vol. 30, pp. 1953-1955, (2005).
- [23]. T. Müller, C. Schumann, and A. Kraegeloh, "STED Microscopy and its applications: New insights into cellular processes on the nanoscale," *Chemphyschem*, vol. 13, pp. 1986–2000, (2012).
- [24]. Y. Xue, C. Kuang, S. Li, Z. Gu, and X. Liu, "Sharper fluorescent super-resolution spot generated by azimuthally polarized beam in STED microscopy," *Optics Express*, vol. 20, pp. 17653–17666, (2012).
- [25]. H. Zhang, A. Lizana, A. Van Eeckhout, A. Turpin, C. Ramirez, C. Iemmi, and J. Campos, "Microparticle manipulation and imaging through a self-calibrated liquid crystal on silicon display," *Applied Sciences*, vol. 8, p. 2310, (2018).
- [26]. A. Wilner, H. Huang, Y. Yan, Y. Ren, N. Ahmed, G. Xie, C. Bao, L. Li, Y. Cao, Z. Zhao, J. Wang, M. Lavery, M. Tur, S. Ramachandran, A. Molisch, N. Ashrafi, and S. Ashrafi, "Optical communications using orbital angular momentum beams," *Advances in Optics and Photonics*, vol. 7, pp. 66-106, (2015).
- [27]. G. Berkhout and M. Beijersbergen, "Method for Probing the Orbital Angular Momentum of Optical Vortices in Electromagnetic Waves from Astronomical Objects," *Phys. Rev. Lett.* 101(10), 100801 (2008).
- [28]. Y. Xue, C. Kuang, S. Li, Z. Gu, and N. Liu, "Sharper fluorescent super-resolution spot generated by azimuthally polarized beam in STED microscopy," *Optics Express*, vol. 20, pp. 17653-17666, (2012).
- [29]. S. Galiani, B. Harke, G. Vicidomini, G. Lignani, F. Benfenati, A. Diaspro, and P. Bianchini, "Strategies to maximize the performance of a STED microscope," *Optics Express*, vol. 20, pp. 7362-7374, (2012).
- [30]. C. Hnatovsky, V. Shvedov, and W. Krolikowski, "The role of light-induced nanostructures in femtosecond laser micromachining with vector and scalar pulses," *Optics Express*, vol. 21, pp. 12651–12656, (2013).
- [31]. O. Grigore, and A. Craciun, "Method for exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated by a spiral phase plate," *Optics & Laser Technology*, vol. 141, p. 107098, (2021)
- [32]. O. Grigore, A. Craciun, N. Pavel, and T. Dascalu, "Exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated with wavelength-detuned spiral phase plates," *Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe - European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO®/Europe-EQEC 2021)*, 21-25 June 2021.
- [33]. K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyanaga, and M. Nakatsuka, "Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses," *Opt. Express* 12, 3548-3553 (2004).
- [34]. A. Grushina, "Direct-write grayscale lithography," *Adv. Opt. Technol.* 8, 163-169 (2019).
- [35]. H. Zhang, J. Zeng, X. Lu, Z. Wang, C. Zhao, and Y. Cai. "Review on fractional vortex beam." *Nanophotonics* 11(2), 241-273 (2022)
- [36]. L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, "Optical Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Anisotropic Media," *Phys. Rev. Lett.* 96, 163905 (2006).
- [37]. M. Sánchez-López, I. Abella, D. Puerto-García, J.A. Davis, and I. Moreno, "Spectral performance of a zero-order liquid-crystal polymer commercial q-plate for the generation of vector beams at different wavelengths," *Optics & Laser Technology*, vol. 106, pp. 168-176, (2018).

- [38]. M. Beresna, and P. Kazansky, "Polarization diffraction grating produced by femtosecond laser nanostructuring in glass," *Optics Letters*, vol. 35, pp. 1662-1664, (2010).
- [39]. T. Wang, S. Fu, S. Zhang, C. Gao, and F. He, "A Sagnac-like interferometer for the generation of vector beams," *Applied Physics B*, vol. 122, no. 9, (2016).
- [40]. S. Liu, S. Qi, Y. Zhang, P. Li, D. Wu, L. Han, and J. Zhao, "Highly efficient generation of arbitrary vector beams with tunable polarization, phase, and amplitude," *Photonics Research*, vol. 6, pp. 228–233, (2018).
- [41]. E. Brasselet, Y.V. Izdebskaya, V.G. Shvedov, A.S. Desyatnikov, W. Krolikowski, and Y.S. Kivshar, "Dynamics of optical spin-orbit coupling in uniaxial crystals," *Optics Letters*, vol. 34, pp. 1021–1023, (2009).
- [42]. A. Volyar, V. Shvedov, T. Fadeyeva, A. Desyatnikov, D. Neshev, W. Krolikowski, and Y. Kivshar, "Generation of single-charge optical vortices with an uniaxial crystal," *Optics Express*, vol. 14, pp. 3724-3729, (2006).
- [43]. A. Ciattoni, G. Cincotti, and C. Palma, "Circularly polarized beams and vortex generation in uniaxial media," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 20, pp. 163–171, (2003).
- [44]. A. Craciun, and T. Dascalu, "A method to generate vector beams with adjustable amplitude in the focal plane," *Applied Sciences*, vol. 10, no. 7, p. 2313, (2020).
- [45]. J. Quiceno-Moreno, D. Marco, M. Del Sánchez-López, E. Solarte, and I. Moreno, "Analysis of hybrid vector beams generated with a detuned Q-plate," *Applied Sciences*, vol. 10, p. 3427, (2020).
- [46]. A. Craciun and O.-V. Grigore, "Superposition of vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals," *Scientific Reports*, vol. 12, no. 1, p. 8135, (2022).
- [47]. O. Grigore, A. Craciun, N. Pavel, and T. Dascălu, "Vector vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals," presented at the International Conference on Laser, Plasma and Radiation - Science and Technology, June 7-10, 2022, Bucharest, Romania; poster presentation P1-06.
- [48]. A. Craciun, O. Grigore, and T. Dascălu, "Theoretical and experimental study of the vector beams generated with an axicon pair and uniaxial crystals," presented at the 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics/European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO/Europe-EQEC 2021), 21-25 June 2021, Paper CL-P.5.
- [49]. T. Fadeyeva, V. Shvedov, Y. Izdebskaya, A. Volyar, E. Brasselet, D. Neshev, A. Desyatnikov, W. Krolikowski, and Y. Kivshar, "Spatially engineered polarization states and optical vortices in uniaxial crystals," *Optics Express*, vol. 18, pp. 10848-10863, (2010).
- [50]. M. Berry and M. Dennis, "The optical singularities of birefringent dichroic chiral crystals," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 459, no. 2033, pp. 1261-1292, (2003).
- [51]. M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics," Pergamon Press, pp. 665-717, (1970).
- [52]. C. Loussert and E. Brasselet, "Efficient scalar and vectorial singular beam shaping using homogeneous anisotropic media," *Optics Letters*, vol. 35, pp. 7-9, (2010).
- [53]. V. Shvedov, C. Hnatovsky, W. Krolikowski, and A.V. Rode, "Efficient beam converter for the generation of high-power femtosecond vortices," *Optics Letters*, vol. 35, pp. 2660-2662, (2010).
- [54]. B. Schaefer, E. Collett, R. Smyth, D. Barrett, and B. Fraher, "Measuring the Stokes polarization parameters," *American Journal of Physics*, vol. 75, pp. 163–168, (2007).

- [55]. A. Craciun and T. Dascalu, "Generation of cylindrical vector beams with adjustable diffraction pattern in the focal plane," in Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2020), paper JTu2F.10.
- [56]. R. Gonzalez-Acuña, and J. Guitiérrez-Vega, "Generalization of the axicon shape: The gaxicon," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 35, pp. 1915–1918, (2018).
- [57]. K. Youngworth, and T.G. Brown, "Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams," *Optics Express*, vol. 7, pp. 77–87, (2000).
- [58]. B. Hao, and J. Leger, "Experimental measurement of longitudinal component in the vicinity of focused radially polarized beam," *Optics Express*, vol. 15, pp. 3550–3556, (2007).
- [59]. S. Feng, and H. Winful, "Physical origin of the Gouy phase shift," *Optics Letters*, vol. 26, pp. 485–487, (2001).

LISTĂ DE PUBLICAȚII

Reviste științifice

1. **A. Craciun** and T. Dascalu, "A method to generate vector beams with adjustable amplitude in the focal plane," Appl. Sci. **10**(7), art. 2313 (2020).
2. O.-V. Grigore, **A. Craciun**, "Method for exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated by a spiral phase plate," Opt. & Laser Techn. **141**, 107098 (2021).
3. **A. Craciun**, O.V. Grigore, "Superposition of vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals," Sci. Rep. **12**, 8135 (2022).

Conferințe

1. **A. Craciun**, T. Dascalu, D. Dragoman, "Terahertz generation in Lithium Niobate with Gaussian beams: Theoretical modelling," The 18th International Balkan Workshop on Applied Physics, 10-13 July, 2018, Constanta, Romania; Book of Abstracts, pp. 92-93; **S2 P8**, poster presentation.
2. **A. Craciun** and T. Dascalu, "Generation of cylindrical vector beams with adjustable diffraction pattern in the focal plane," in Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2020), paper **JTu2F.10**.
3. O.-V. Grigore, **A. Craciun**, N. Pavel, T. Dascalu, "Exploring the topological charge and shape of an optical vortex generated with wavelength-detuned spiral phase plates," 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe - European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO®/Europe-EQEC 2021), 21-25 June 2021, presentation **CA-P.15** (poster presentation).
4. **A. Craciun**, O. Grigore, T. Dascalu, "Theoretical and experimental study of the vector beams generated with an axicon pair and uniaxial crystals," 2021 Conference on Lasers and Electro- Optics/Europe - European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO®/Europe-EQEC 2021), 21-25 June 2021, presentation **CL-P.5** (poster presentation).

- 5 **A. Craciun**, T. Dascalu, "Accurate beam propagation methods assisted by ray-tracing," 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe - European Quantum Electronics Virtual Conferences (CLEO®/Europe-EQEC 2021), 21-25 June 2021, presentation **EJ-P.4** (poster presentation).
- 6 O. Grigore, **A. Craciun**, N. Pavel, T. Dascalu, "Vector vortex beams generated by polarization conversion in uniaxial crystals," International Conference on Laser, Plasma and Radiation - Science and Technology, June 7-10, 2022 Bucharest, Romania; poster presentation **P1-06**.
- 7 O. V. Grigore, A. Craciun, N. Pavel, "Thermal analysis of a passively Q-switched Nd:YAG/Cr4+:YAG laser with multiple-beam output," The 9th Tiny Integrated Laser and Laser Ignition Conference 2022, 19-21 April 2023, Pacifico Yokohama, Yokohama, Japan, presentation TILA-LICp-05 (poster presentation).
- 8 **A. Craciun**, "Wave propagation modeling: An approach using geometrical optics," The 2nd International Conference on Laser, Plasma and Radiation - Science and Technology (ICLPR-ST), 16-21 June 2024, Danube Delta, Crişan, Romania (P1-01, poster presentation).
- 9 O. V. Grigore, G. Croitoru, G. Stanciu, A. Craciun, and N. Pavel, "Laser ignition of H₂/air mixtures by a high-peak power passively Q-switched Nd:YAG/Cr4+:YAG laser," The 2nd International Conference on Laser, Plasma and Radiation - Science and Technology (ICLPR-ST), 16-21 June 2024, Danube Delta, Crişan, Romania (O5, oral presentation).

Patente

1. **A. Craciun**, T. Dascalu, "Sistem Optic pentru Producerea de Fascicule Optice Elicolidal Vectoriale," OSIM patent application, nr. A/00657, 17.10.2019.
2. **A. Craciun**, T. Dascalu, "Optical System for Generation of Vortex Beams," European patent application EP 3809188 A1; Application EP20020478.2 / 15.10.2020; Date of publication: 21.04.2021 Bulletin 2021/16.